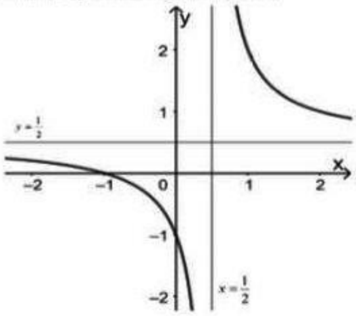
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC GIANG
TRƯỜNG THPT NGÔ SĨ LIÊN

(Đề thi có 07 trang)

ĐỀ THI THÁNG LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN: Toán 12
Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

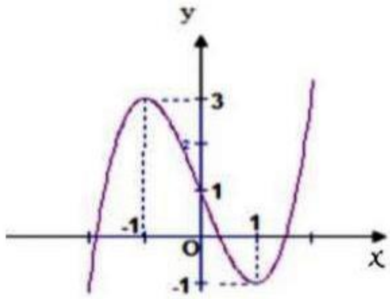
Họ và tên: .... *Số báo danh:* .... **Mã đề 101**

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên?



A. $y=\dfrac{-x+1}{-2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{-2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=3$. **B.** $\max\limits_{[-1;+\infty)} f(x)=+\infty$. **C.** $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=1$. **D.** $\max\limits_{[-1;+\infty)} f(x)=3$.

Câu 3. Giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m-1\right)x$ đạt cực đại tại $x=1$ là

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+2)<1$ là

A. $(-\infty;8)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-2;8)$. **D.** $(8;+\infty)$.

Câu 5. Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(x-1)-\log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3=3$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

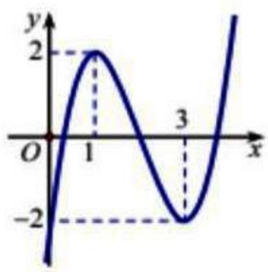
Câu 6. Cho $\int\limits_0^4 f(x)dx=10$. Tính $I=\int\limits_0^2 f(2x)dx$.

A. $I=6$ **B.** $I=4$ **C.** $I=36$ **D.** $I=5$

Câu 7. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 30π. **B.** 15π. **C.** 5π. **D.** 45π.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



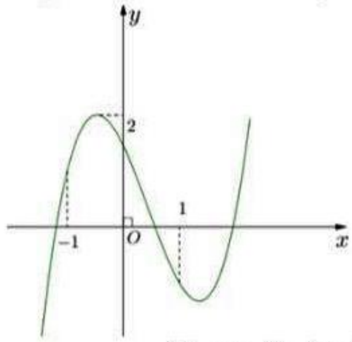
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 9. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{20\pi}{3}$ **B.** 20π. **C.** $\frac{10\pi}{3}$. **D.** 10π.

Câu 10. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a>0$, $b>0$, $c<0$, $d>0$. **B.** $a>0$, $b>0$, $c>0$, $d<0$.

C. $a>0$, $b<0$, $c<0$, $d>0$. **D.** $a<0$, $b<0$, $c<0$, $d<0$.

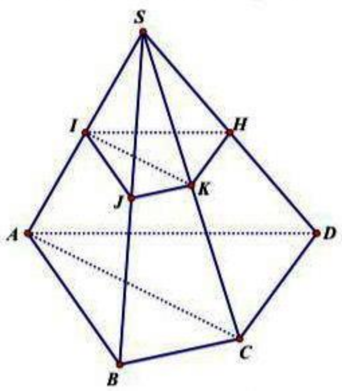
Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=(x^2-2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

A. $-2e^2$ **B.** $2e^2$ **C.** $2e^4$ **D.** $-e^2$

Câu 12. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\frac{x-1}{x-2}$. **B.** $y=x^3+3x$. **C.** $\frac{x+1}{x+3}$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SA, SC, SD Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết thể tích của khối chóp $S.IJKH$ là 2.



A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 14. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 15. Số hạng thứ 11 của cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3 và công sai $d=-2$ là

A. -19. **B.** -17. **C.** 23. **D.** -21.

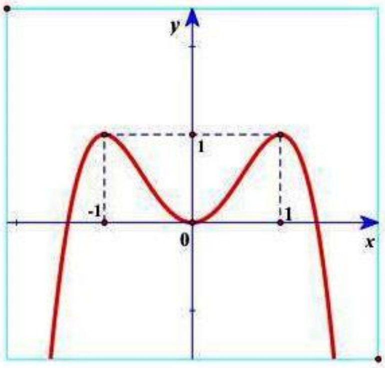
Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $[1;3]$

A. $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=-6$. **B.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=\frac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=5$. **D.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=0$

Câu 17. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 18. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



A. $m>0$ **B.** $0<m<1$ **C.** $0\le m\le 1$ **D.** $m<1$

Câu 19. Cho sô thực a dương. Rút gọn biểu thức $P=a^{\frac{1}{4}}.\sqrt{a}$ ta được biểu thức nào sau đây?

A. $a^{\frac{1}{2}}$. **B.** $a^{\frac{1}{4}}$. **C.** $a^{\frac{9}{4}}$. **D.** $a^{\frac{3}{4}}$.

Câu 20. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 21. Phương trình $2\sin x-\sqrt{3}=0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 22. Cho $f(x),g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int f'(x)dx=f(x)+c$. **B.** $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$.

C. $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi $k\in\mathbb{R}$. **D.** $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

Câu 23. Cho $a>0,a\ne 1$, biểu thức $D=\log_{a^3}a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 24. Cho $\int_0^1 (x-1)e^{2x}dx=a+be^2$, với $a;b\in\mathbb{Q},a,b$ là các phân số tối giản. Tổng $a+b$ bằng

A. -3. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 25. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$ là

A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=5$.

Câu 26. Biết $\log_6 2=a$, $\log_6 5=b$. Khi đó $I=\log_3 5$ tính theo a và b bằng

A. $I=\dfrac{b}{1+a}$. **B.** $I=\dfrac{b}{1-a}$. **C.** $I=\dfrac{b}{a-1}$. **D.** $I=\dfrac{b}{a}$.

Câu 27. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-x^2+1$ và đường thẳng $y=x^2+1$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 28. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=2; y=-1$. **B.** $x=2; y=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1; y=2$. **D.** $x=2; y=1$.

Câu 29. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm **B.** 12 năm **C.** 13 năm **D.** 10 năm

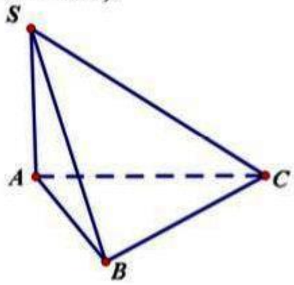
Câu 30. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-x^2+1$ là

A. $-\frac{3}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 31. Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{-3}$

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=\sqrt{2}a$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a$ (minh họa như hình vẽ bên).



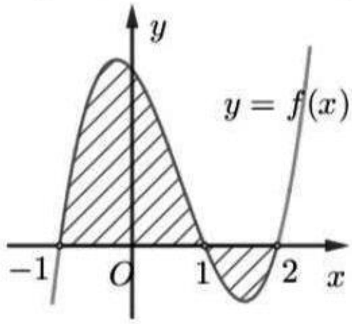
Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 33. Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

A. Tứ diện đều. **B.** Lập phương. **C.** Hai mươi mặt đều. **D.** Tám mặt đều.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



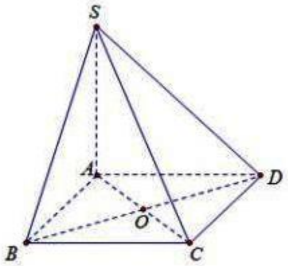
A. $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,dx - \int_{1}^{2} f(x)\,dx$. **B.** $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{2} f(x)\,dx$.

C. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,dx - \int_{1}^{2} f(x)\,dx$. **D.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{2} f(x)\,dx$.

Câu 35. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{221}{441}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{10}{21}$. **D.** $\frac{11}{21}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

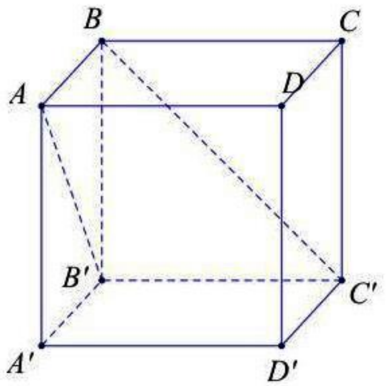


A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** $3\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 37. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

A. $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$ **B.** $y' = 2e^{1-2x}$ **C.** $y' = -2e^{1-2x}$ **D.** $y' = e^{1-2x}$

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

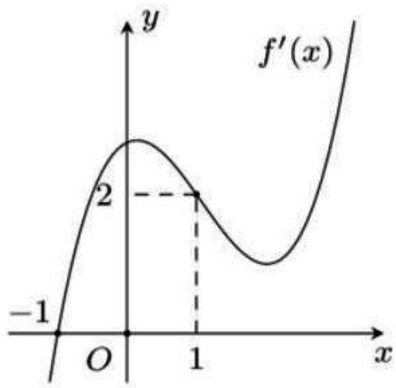


A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 39. Số giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$ có đúng ba đường tiệm cận là

A. 20. **B.** 18. **C.** 17. **D.** 19.

Câu 40. Cho $f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



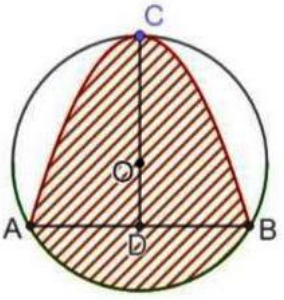
Hàm số $g(x) = f(\sin x - 1) + \frac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 41. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AD = x$, các cạnh còn lại có cạnh bằng $4\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 42. Một hoa văn hình tròn tâm O, ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh $AB = 4\sqrt{3}cm$. Đường cong qua ba điểm: A, B, C là một phần của parabol.



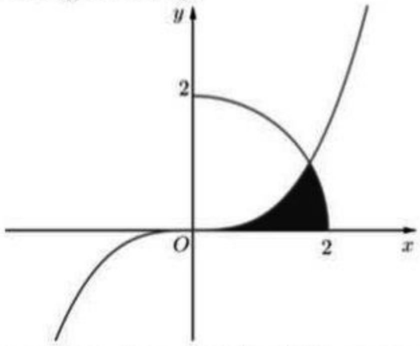
Diện tích phần gạch chéo bằng

A. $37,54cm^2$. **B.** $9,83cm^2$. **C.** $27,71cm^2$. **D.** $36,75cm^2$.

Câu 43. Gọi S là tập tất cả các số nguyên m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (5m-6)x + m^2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -20. **B.** -10. **C.** -18. **D.** -15.

Câu 44. Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \le x \le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



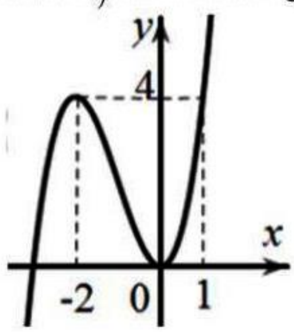
Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$, trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $P = a + b - c + d$.

A. $P = 40$. **B.** $P = 46$. **C.** $P = 16$. **D.** $P = 14$.

Câu 45. Cho hàm số $y = g(x)$ thỏa mãn $2g^3(x) - 6g^2(x) + 7g(x) = 3 - (2x-3)\sqrt{1-x}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2g(x) + x$

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x^2 + 2x - 2\right) = 3m + 1$ có nghiệm thuộc khoảng $[0;1]$ là

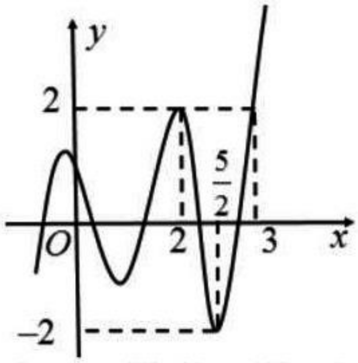


A. $\left[-\frac{1}{3};1\right]$ **B.** $[0;1]$. **C.** $[0;4]$. **D.** $[-1;0]$.

Câu 47. Cho bất phương trình $\ln\frac{x^4+x^3+x^2+2}{x^3-3x^2+m}+x^4+4x^2+2-m\ge 0$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x\in[0;3]$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

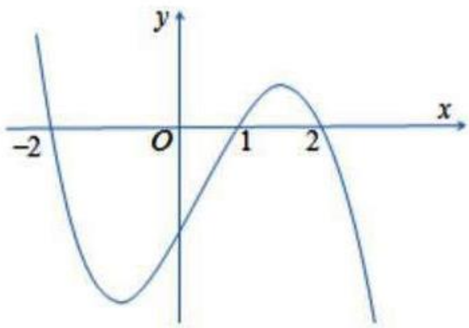
Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số m để phương trình $f\left(2^x+2^{-x}\right)=f\left(2^m+2^{-m}\right)$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 4.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới và $f(-2)=f(2)=0$.



Hàm số $g(x)=\left[f(x)\right]^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-4;-3)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 50. Biết $\int_0^1 xf'(x)dx=5$ và $f(1)=-1$. Tính $I=\int_0^1 f(x)dx$.

A. $I=4$ **B.** $I=-4$ **C.** $I=6$ **D.** $I=-6$

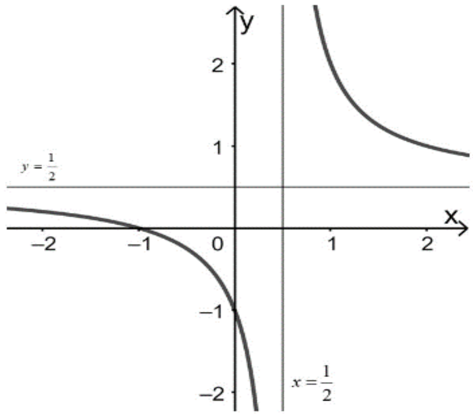
------ ***HẾT*** ------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	C	B	D	D	A	D	C	D	B	B	B	B	D	D	B	D	C	B	C	D	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	D	B	B	A	D	C	A	C	A	C	A	D	C	B	A	A	D	C	C	B	C	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên?



A. $y=\dfrac{-x+1}{-2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{-2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$.

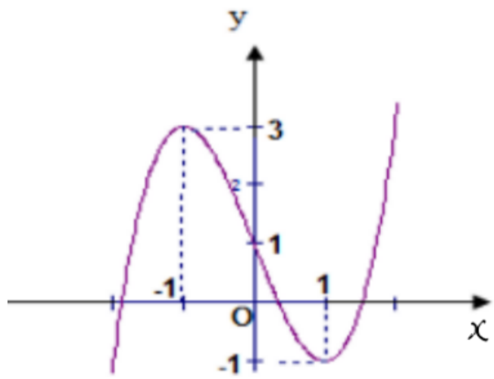
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số trong hình vẽ có đường tiệm cận ngang là nên loại các phương án **D.**

Đồ thị hàm sô cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(0;-1)$ nên loại phương án A và **C.**

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=3$. **B.** $\max\limits_{[-1;+\infty)} f(x)=+\infty$. **C.** $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=1$. **D.** $\max\limits_{[-1;+\infty)} f(x)=3$.

Lời giải

Chọn A

+) $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=3$ nên phương án A đúng.

+ Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;+\infty)$.

Câu 3: Giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m-1)x$ đạt cực đại tại $x=1$ là

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m-1)x$.

Ta có: $f'(x)=x^2-2mx+(m^2-m-1); f''(x)=2x-2m$.

Để hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(1)=0 \\ f''(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m=0 \\ 2-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=0(L) \\ m=3 \end{array}\right. \\ m>1 \end{cases}$

Vậy, $m=3$ thì hàm số hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+2)<1$ là

A. $(-\infty;8)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-2;8)$. **D.** $(8;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $\log(x+2)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2>0 \\ x+2<10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x<8 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+2)<1$ là $T=(-2;8)$

Câu 5: Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(x-1)-\log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3=3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x-1>0 \\ x-5>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>5(*)$.

Với điều kiện (*) phương trình $3\log_3(x-1)-\log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3=3 \Leftrightarrow \log_3(x-1)+\log_3(x-5)=1$

$\Leftrightarrow \log_3(x-1)(x-5)=1 \Leftrightarrow (x-1)(x-5)=3 \Leftrightarrow x^2-6x+2=0 \Rightarrow x=3\pm\sqrt{7}$.

Vậy số nghiệm thực của phương trình đã cho là 2.

Câu 6: Cho $\int_0^4 f(x)dx=10$. Tính $I=\int_0^2 f(2x)dx.$

A. $I=6$. **B.** $I=4$. **C.** $I=36$. **D.** $I=5$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$

Đổi cận: $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline t & 0 & 4 \end{array}$

* $I = \int_0^2 f(2x)dx = \frac{1}{2}\int_0^4 f(t)dt = \frac{1}{2}.10 = 5$

Câu 7: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

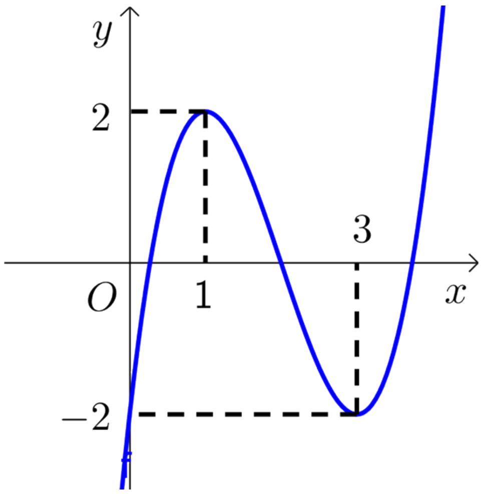
A. 30π. **B.** 15π. **C.** 5π. **D.** 45π.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ: $V = \pi.r^2.h = \pi.3^2.5 = 45\pi$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$

Đổi cận: $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline t & 0 & 4 \end{array}$

* $I = \int_0^2 f(2x)dx = \frac{1}{2}\int_0^4 f(t)dt = \frac{1}{2}.10 = 5$

Câu 9: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{200\pi}{3}$. **B.** 20π. **C.** $\frac{10\pi}{3}$. **D.** 10π.

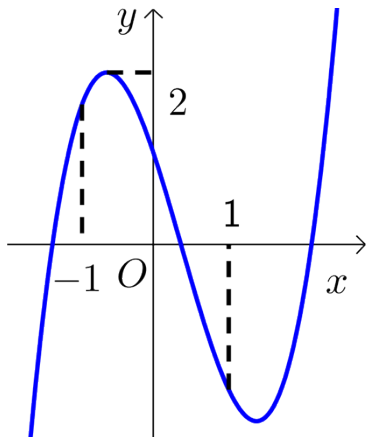
Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ: $V = \pi.r^2.h = \pi.3^2.5 = 45\pi$

Diện tích xung quanh: $S = \pi.r.l = \pi.2.5 = 10\pi$

Câu 10: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn C

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$

* Hệ số $a > 0$

* Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;d)(d > 0) \Rightarrow d > 0$

* Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu $\Rightarrow ac < 0 \Rightarrow c < 0$

* Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(a;y_A), B(b;y_B)$, trong đó $|b| > |a|$ hay $b > -a$

$\Rightarrow$ Hàm số có tâm đối xứng $I(0;y_I)$

$\Rightarrow -\dfrac{b}{3a} = \dfrac{a+b}{2} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0$

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. $-2e^2$. **B.** $2e^2$. **C.** $2e^4$. **D.** $-e^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 2xe^{2x} + 2(x^2 - 2)e^{2x} = 2e^{2x}(x^2 + x - 2)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-1;2] \\ x = -2 \notin [-1;2]. \end{array}\right.$

Khi đó $f(-1) = -e^{-2}$; $f(2) = 2e^4$; $f(1) = -e^2$.

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} f(x) = f(1) = -e^2$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **B.** $y = x^3 + 3x$. **C.** $y = \dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

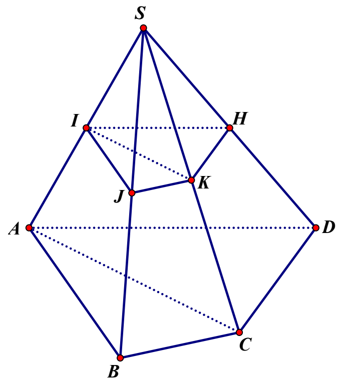
Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 + 3x$, ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x$.

Vậy hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết thể tích của khối chóp $S.IJKH$ là 2.



A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{V_{S.IJK}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SI}{SA}.\dfrac{SJ}{SB}.\dfrac{SK}{SC} = \dfrac{1}{8}$ và $\dfrac{V_{S.IHK}}{V_{S.ADC}} = \dfrac{SI}{SA}.\dfrac{SH}{SD}.\dfrac{SK}{SC} = \dfrac{1}{8}$ nên $V_{S.IJK} = \dfrac{1}{8}V_{S.ABC}$ và $V_{S.IHK} = \dfrac{1}{8}V_{S.ADC}$.

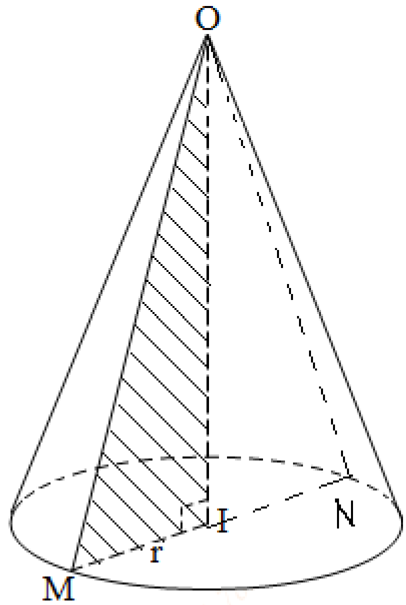
Do đó $V_{S.IJKH} = V_{S.IJK} + V_{S.IHK} = \dfrac{1}{8}\left(V_{S.ABC} + V_{S.ADC}\right) = \dfrac{1}{8}V_{S.ABCD}$ suy ra $V_{S.ABCD} = 8V_{S.IJKH} = 8.2 = 16$.

Câu 14: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi thiết diện qua trục của hình nón là tam giác OMN.

Theo đề ta có, tam giác OMN vuông cân tại O có $MN = a\sqrt{6}$. Do đó, $r = \dfrac{MN}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, $h = OI = \dfrac{MN}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy khối nón có $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2.h = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \dfrac{\pi a^3.\sqrt{6}}{4}$.

Câu 15: Số hạng thứ 11 của cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3 và công sai $d = -2$ là

A. -19. **B.** -17. **C.** 23. **D.** -21.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{11} = u_1 + 10d = 3 + 10.(-2) = -17$.

Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1;3]$

A. $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x) = -6$. **B.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x) = \dfrac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x) = 5$. **D.** $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x) = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 16x + 16 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{4}{3} \in (1;3) \\ x = 4 \notin (1;3) \end{array}\right.$

Và: $f(1) = 0, f\left(\dfrac{4}{3}\right) = -\dfrac{115}{27}, f(3) = -6 \Rightarrow \max\limits_{x\in[1;3]} f(x) = 0$

Câu 17: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

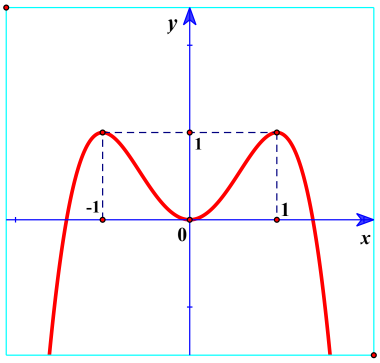
A. 3. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}Bh=2$

Câu 18: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



A. $m>0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số thì phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi: $0<m<1$.

Câu 19: Cho số thực a dương. Rút gọn biểu thức $P=a^{\frac{1}{4}}.\sqrt{a}$ ta được biểu thức nào sau đây?

A. $a^{\frac{1}{2}}$. **B.** $a^{\frac{1}{4}}$. **C.** $a^{\frac{9}{4}}$. **D.** $a^{\frac{3}{4}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P=a^{\frac{1}{4}}.\sqrt{a}=a^{\frac{1}{4}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{3}{4}}$.

Câu 20: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 21: Phương trình $2\sin x-\sqrt{3}=0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{3}+k2\pi,\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\frac{\pi}{6}+k2\pi,\frac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

$$2\sin x-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 22: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int f'(x)dx=f(x)+c$. **B.** $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$.

C. $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi $k\in\mathbb{R}$. **D.** $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn C

$\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ với mọi $k\neq 0$.

Câu 23: Cho $a>0, a\neq 1$, biểu thức $D=\log_{a^3}a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$D=\log_{a^3}a=\frac{1}{3}\log_a a=\frac{1}{3}$.

Câu 24: Cho $\int_0^1 (x-1)e^{2x}dx=a+be^2$, với $a;b\in\mathbb{Q}, a,b$ là các phân số tối giản. Tổng $a+b$ bằng

A. -3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=x-1\Rightarrow du=dx$; $dv=e^{2x}dx$, chọn $v=\frac{1}{2}e^{2x}$.

$$\int_0^1 (x-1)e^{2x}dx=\frac{1}{2}(x-1)e^{2x}\Big|_0^1-\int_0^1\frac{1}{2}e^{2x}dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^1=\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{4}e^2-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}e^2.$$

$\Rightarrow a=\frac{3}{4}; b=-\frac{1}{4}$.

Vậy $a+b=\frac{1}{2}$

Câu 25: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$ là

A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2(1-x)=2\Leftrightarrow 1-x=2^2\Leftrightarrow x=-3$.

Câu 26: Biết $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$. Khi đó $I = \log_3 5$ tính theo a và b bằng

A. $I = \dfrac{b}{1+a}$. **B.** $I = \dfrac{b}{1-a}$. **C.** $I = \dfrac{b}{a-1}$. **D.** $I = \dfrac{b}{a}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \log_3 5 = \dfrac{\log_6 5}{\log_6 3} = \dfrac{\log_6 5}{\log_6 6 - \log_6 2} = \dfrac{b}{1-a}$..

Câu 27: Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - x^2 + 1$ và đường cong $y = x^2 + 1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y = x^3 - x^2 + 1$ và đường cong $y = x^2 + 1$ là

$x^3 - x^2 + 1 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị bằng 2**.**

Câu 28: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x = 2; y = -1$. **B.** $x = 2; y = \dfrac{1}{2}$. **C.** $x = 1; y = 2$. **D.** $x = 2; y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1-x}{-x+2} = 1$; $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1-x}{-x+2} = 1$.

Và $\lim\limits_{x \to 2^+} y = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{1-x}{-x+2} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 2^-} y = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{1-x}{-x+2} = -\infty$.

Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là $x = 2; y = 1$.

Câu 29: Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm. **B.** 12 năm. **C.** 13 năm. **D.** 10 năm.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tiền ban đầu người đó gửi là A (đồng), $A > 0$.

Số tiền lãi và gốc sau n năm là $T = a\left(1 + 6,1\%\right)^n$.

Ta có $a\left(1 + 6,1\%\right)^n = 2a \Leftrightarrow \left(1 + 6,1\%\right)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1+6,1\%} 2 \approx 11,7$.

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu

Câu 30: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ là

A. $-\frac{3}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 2x$.

Giải $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{3}{4}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{3}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT, giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ là 1.

Câu 31: Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 1\right)^{-3}$

A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

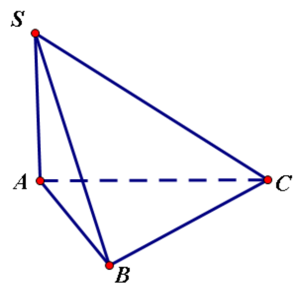
Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

Do đó tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = \sqrt{2}a$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ)



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D

Nhận thấy $\left(SC,\left(ABC\right)\right)=\widehat{SCA}$ với $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}$,

Ta có $SA=a\sqrt{2}$, $AC=AB.\sqrt{2}=a\sqrt{2}$ nên $\tan\widehat{SCA}=1\Rightarrow\widehat{SCA}=45^\circ$.

Do vậy $\left(SC,\left(ABC\right)\right)=45^\circ$.

Câu 33: Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

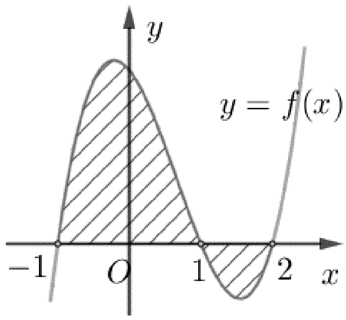
A. Tứ diện đều. **B.** Lập phương. **C.** Hai mươi mặt đều. **D.** Tám mặt đều.

Lời giải

Chọn C

Khối đa diện loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều.

Câu 34: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right),y=0,x=-1,x=2$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=-\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 35: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{221}{441}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{10}{21}$. **D.** $\dfrac{11}{21}$.

Lời giải

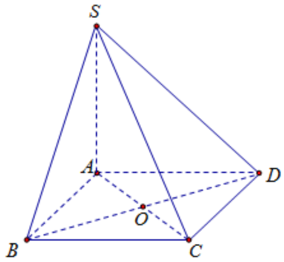
Chọn C

Ta có $n\left(\Omega\right)=C_{21}^2$.

Gọi A là biến cố: “Chọn được hai số có tổng là một số chẵn”.

Khi đó $n\left(A\right)=C_{10}^2+C_{11}^2$ nên xác suất cần tìm là: $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{C_{10}^2+C_{11}^2}{C_{21}^2}=\dfrac{10}{21}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** $3\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(SAD)=SA\end{cases} \Rightarrow SA\perp(ABCD)$.

AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$.

Do đó: $\widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,AC)}=\widehat{SCA}=60°$.

Tam giác vuông SAC vuông tại A có $SA=AC.\tan\widehat{SCA}=a\sqrt{6}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{6}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 37: Đạo hàm của hàm số $y=e^{1-2x}$ là

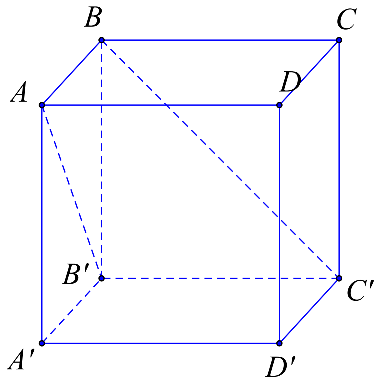
A. $y'=-\dfrac{e^{1-2x}}{2}$ **B.** $y'=2e^{1-2x}$ **C.** $y'=-2e^{1-2x}$ **D.** $y'=e^{1-2x}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(e^{1-2x}\right)'=-2e^{1-2x}$

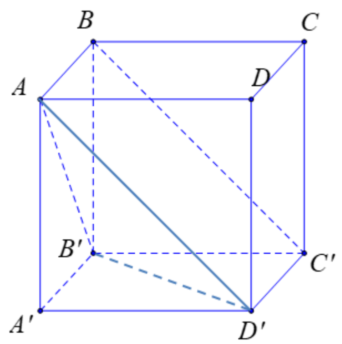
Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có

$BC' // AD' \subset (AB'D')$

$\Rightarrow d(BC', AB') = d(BC', (AB'D')) = d(C', (AB'D')) = d(A', (AB'D')) = d$

Hình chóp $A'.AB'D'$ có ba cạnh $A'A, A'B', A'D'$ đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} = \frac{3}{a^2}.$$

Vậy $d = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Số giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$ có đúng ba đường tiệm cận là

A. 20. **B.** 18 **C.** 17. **D.** 19.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2} = \dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{(x-1)(x+m+2)}$

$$\text{Điều kiện }\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\ge 0\\ x\le -3\end{array}\right.\\ x\ne 1\\ x\ne -m-2\end{cases}$$

Với điều kiện trên thì $y=\dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}=\dfrac{(x-1).\sqrt{x^2+3x}}{(x-1)(x+m+2)}=\dfrac{\sqrt{x^2+3x}}{x+m+2}$

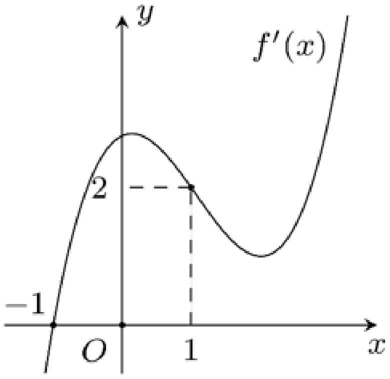
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3x}}{x+m+2}=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3x}}{x+m+2}=-1\Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì cần có thêm 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-m-2\ge 0\\ -m-2\le -3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -2\\ m\ge 1\end{array}\right.$

Do $m\in\mathbb{Z},m\in[-10;10]$ nên có 19 giá trị nguyên.

Câu 40: Cho $f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hàm số $g(x)=f(\sin x-1)+\dfrac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=\cos x.f'(\sin x-1)-\dfrac{\sin 2x}{2}=\cos x.f'(\sin x-1)-\cos x.\sin x=\cos x.\left[f'(\sin x-1)-\sin x\right]$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ f'(\sin x-1)=\sin x\end{array}\right.$

+) $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2};x=\dfrac{3\pi}{2}$

+) $f'(\sin x-1)=\sin x$

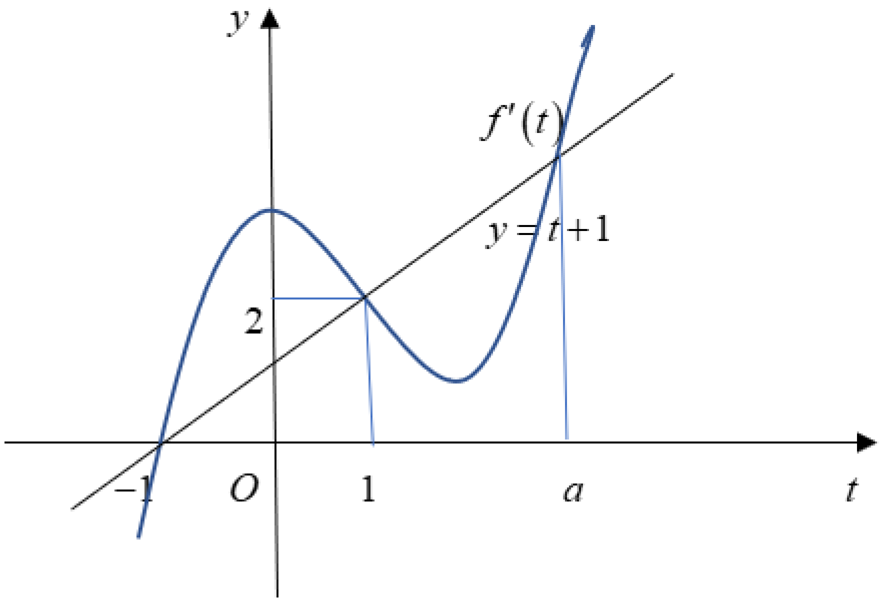
Đặt $t=\sin x-1$ với $t\in[-2;0]$.

$f'(\sin x-1)=\sin x$ trở thành $f'(t)=t+1$.

Vẽ đường thẳng $y=t+1$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(t)$ tại hai điểm $t_1=-1\in[-2;0];t_2=1\notin[-2;0];t_3=a\notin[-2;0]$.

Với $t_1=-1\Rightarrow \sin x-1=-1\Leftrightarrow \sin x=0\Leftrightarrow x=\pi\in(0;2\pi)$.

Vậy $g'(x)=0$ có ba nghiệm đơn phân biệt nên hàm số có 3 điểm cực trị.

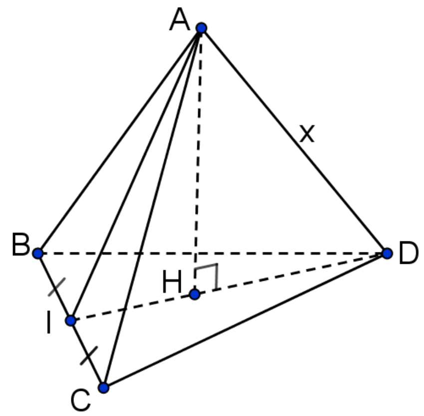


Câu 41: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AD=x$, các cạnh còn lại có cạnh bằng $4\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



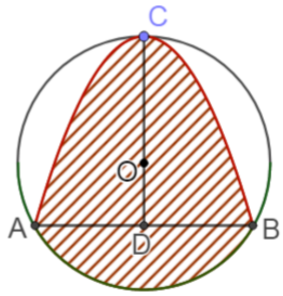
Gọi I là trung điểm của BC. Từ giả thiết suy ra tam giác ABC và tam giác DBC là các tam giác đều có cạnh bằng $4\sqrt{3}$. Do đó $\begin{cases} BC\perp AI \\ BC\perp DI \end{cases}\Rightarrow BC\perp(AID)\Rightarrow(AID)\perp(BCD)$.

Trong mặt phẳng (AID) gọi H là hình chiếu của A lên cạnh ID, ta có $AH\perp(BCD)$.

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}.AH\le\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}.AI=\frac{1}{3}\left(4\sqrt{3}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}.\left(4\sqrt{3}\right)\frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}$.

Dấu "=" xảy ra khi $AH=AI\Leftrightarrow H\equiv I\Leftrightarrow x=AI.\sqrt{2}=6\sqrt{2}$. Vậy khi $x=6\sqrt{2}$ thì thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

Câu 42: Một hoa văn hình tròn tâm O, ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh $AB = 4\sqrt{3}cm$. Đường cong qua ba điểm: A, B, C là một phần của parabol.

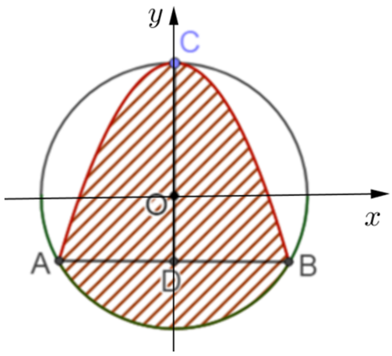


Diện tích phần gạch chéo bằng

A. $37,54\,cm^2$. **B.** $9,83cm^2$. **C.** $27,71cm^2$. **D.** $36,75cm^2$.

Lời giải

Câu 43: **Chọn A.**



Do tam giác ABC là tam giác đều có cạnh $4\sqrt{3}\,cm$ nên $CD = 4\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6(cm) \Rightarrow OC = \dfrac{2}{3}CD = 4(cm)$ và $OD = 2(cm)$.

Gắn trục toạ độ Oxy như hình vẽ, ta có $A\left(-2\sqrt{3};-2\right), B\left(2\sqrt{3};-2\right), C(0;4)$

Phương trình đường Parapol đi qua 3 điểm A, B, C có đỉnh C có dạng $y = ax^2 + 4\ (P)$.

Thay toạ độ điểm $B\left(2\sqrt{3};-2\right)$ vào (P) suy ra $a = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow (P): y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 4$

Phương trình đường tròn tâm O bán kính $OA = 4$ là $x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow$ Phương trình một phần cung nhỏ AB có dạng $y = -\sqrt{16 - x^2}$

Vậy diện tích phần gạch chéo bằng $\displaystyle\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left[\left(-\frac{1}{2}x^2 + 4\right) - \left(-\sqrt{16 - x^2}\right)\right] \approx 37,54\ (cm^2)$

Câu 44: Gọi S là tập tất cả các số nguyên m để hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + (5m-6)x + m^2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -20. **B.** -10. **C.** -18. **D.** -15.

Lời giải

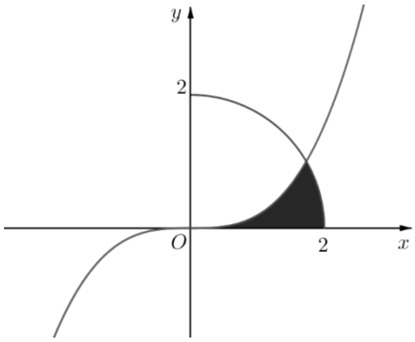
Chọn A

Ta có: $y' = -x^2 + 2mx + 5m - 6$. Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$y' = -x^2 + 2mx + 5m - 6 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 + 5m - 6 \le 0 \Leftrightarrow -6 \le m \le 1$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6; -5; -4; ...; 1\} \Rightarrow \sum m = -20$.

Câu 45: Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \le x \le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ)



Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$, trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $P = a + b - c + d$.

A. $P = 40$. **B.** $P = 46$. **C.** $P = 16$. **D.** $P = 14$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\sqrt{4 - x^2} = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3 \Leftrightarrow \frac{1}{27}x^6 = 4 - x^2 \Leftrightarrow x^6 + 27x^2 - 108 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

Ta thấy thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng $V = V_1 + V_2$

Trong đó:

+) $V_1 = \left\{x \in \left[0; \sqrt{3}\right], y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3, Ox\right\}$. Ta có:

$$V_1 = \pi\int_0^{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{9}x^3\right)\mathrm{d}x = \pi\int_0^{\sqrt{3}}\frac{1}{27}x^6\mathrm{d}x = \frac{\pi}{27}.\frac{x^7}{7}\Bigg|_0^{\sqrt{3}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{7}.$$

+) $V_2 = \left\{x \in \left[\sqrt{3}; 2\right], y = \sqrt{4 - x^2}, Ox\right\}$. Ta có:

$$V_2 = \pi\int_{\sqrt{3}}^{2}\left(\sqrt{4 - x^2}\right)^2\mathrm{d}x = \pi\int_{\sqrt{3}}^{2}\left(4 - x^2\right)\mathrm{d}x = \pi\left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{\sqrt{3}}^{2} = \pi\left(8 - \frac{8}{3}\right) - \pi\left(4\sqrt{3} - \sqrt{3}\right) = \frac{16\pi}{3} - 3\pi\sqrt{3}$$

Khi đó ta có: $V = V_1 + V_2 = \frac{16\pi}{3} - 3\pi\sqrt{3} + \frac{\pi\sqrt{3}}{7} = \pi\left(-\frac{20\sqrt{3}}{7} + \frac{16}{3}\right)$.

Suy ra: $\begin{cases} a = 20 \\ b = 7 \\ c = 16 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow P = a + b - c + d = 14$.

Câu 46: Cho hàm số $y=g(x)$ thỏa mãn $2g^3(x)-6g^2(x)+7g(x)=3-(2x-3)\sqrt{1-x}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2g(x)+x$

A. 0 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 6

Lời giải

Chọn C

$2g^3(x)-6g^2(x)+7g(x)=3-(2x-3)\sqrt{1-x}$

$\Leftrightarrow 2g^3(x)-6g^2(x)+6g(x)-2+g(x)+2=3-(2x-2)\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x}$

$\Leftrightarrow 2\left[g(x)-1\right]^3+g(x)-1=2(1-x)\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x}\,(1)$

Xét hàm số $f(t)=2t^3+t$

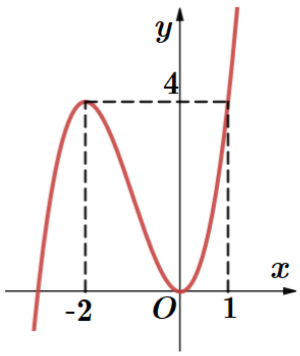
Ta có $f'(t)=6t^2+1>0\ \forall t\in\mathbb{R}\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

$(1)\Leftrightarrow g(x)-1=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow g(x)=\sqrt{1-x}+1\Rightarrow P=2\sqrt{1-x}+2+x$

Ta có $P=2\sqrt{1-x}+2+x=-\sqrt{1-x}^2+2\sqrt{1-x}-1+4=-\left(\sqrt{1-x}-1\right)^2+4\le 4$

Đẳng thức xảy ra khi $\sqrt{1-x}-1=0\Leftrightarrow x=0$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x^2+2x-2\right)=3m+1$ có nghiệm thuộc khoảng $[0;1]$ là

A. $\left[\frac{-1}{3};1\right]$ **B.** $[0;1]$ **C.** $[0;4]$ **D.** $[-1;0]$

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x^2+2x-2=(x+1)^2-3\Rightarrow t\in[-2;1]\Rightarrow\begin{cases}\max\limits_{x\in[0;1]} f\left(x^2+2x-2\right)=\max\limits_{t\in[-2;1]} f(t)=4\\ \min\limits_{x\in[0;1]} f\left(x^2+2x-2\right)=\min\limits_{t\in[-2;1]} f(t)=0\end{cases}$.

Để $f\left(x^2+2x-2\right)=3m+1$ có nghiệm thuộc khoảng $[0;1]$ $\Leftrightarrow 0\le m\le 4$.

Câu 48: Cho bất phương trình $\ln\dfrac{x^4+x^3+x^2+2}{x^3-3x^2+m}+x^4+x^2+2-m\ge 0$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x\in[0;3]$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Do $x^4+x^3+x^2+2>0\quad \forall x\in\mathbb{R}$ nên điều kiện xác định của phương trình là $x^3-3x^2+m>0$

Ta có $\ln\dfrac{x^4+x^3+x^2+2}{x^3-3x^2+m}+x^4+x^2+2-m\ge 0$

$\Leftrightarrow \ln\left(x^4+x^3+x^2+2\right)+x^4+x^3+x^2+2\ge \ln\left(x^3-3x^2+m\right)+x^3-3x^2+m\quad (*)$

Xét hàm số $f(t)=\ln t+t$ trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t}+1>0,\forall t\in(0;+\infty)\Rightarrow$ hàm số $f(t)=\ln t+t$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow x^4+x^3+x^2+2\ge +x^3-3x^2+m\Leftrightarrow x^4+4x^2+2\ge m\ (**)$.

Để bất phương trình $(*)$ nghiệm đúng với $\forall x\in[0;3]$ thì bất phương trình $(**)$ nghiệm đúng với $\forall x\in[0;3]$.

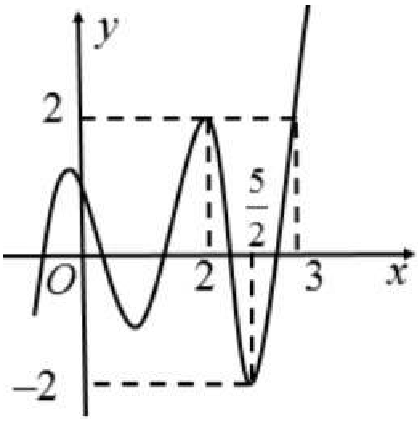
Xét hàm số $g(x)=x^4+4x^2+2$ trên đoạn $[0;3]$ ta có $g'(x)=4x^3+8x=4x\left(x^2+2\right)\ge 0,\forall x\in[0;3]$.

Khi đó $\max\limits_{[0;3]} g(x)=g(3)=119;\min\limits_{[0;3]} g(x)=g(0)=2$.

Vậy bất phương trình $(**)$ nghiệm đúng với $\forall x\in[0;3]\Leftrightarrow m\le \min\limits_{[0;3]} g(x)=g(0)=2$.

Do m là số nguyên dương nên $m=1;m=2$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số m để phương trình $f\left(2^x+2^{-x}\right)=f\left(2^m+2^{-m}\right)$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đặt $2^x+2^{-x}=t$. Ta có phương trình $f(t)=f\left(2^m+2^{-m}\right)$

Do $2^x+2^{-x}\ge 2$ nên $t\ge 2$.

Ứng với mỗi giá trị của $t<2$ thì phương trình $2^x+2^{-x}=t$ vô nghiệm.

Ứng với mỗi giá trị của $t=2$ thì phương trình $2^x+2^{-x}=t$ có đúng một nghiệm.

Ứng với mỗi giá trị của $t>2$ thì phương trình $2^x+2^{-x}=t$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(2^x+2^{-x}\right)=f\left(2^m+2^{-m}\right)$ có hai nghiệm phân biệt khi phương trình $f(t)=f\left(2^m+2^{-m}\right)$ có đúng một nghiệm $t>2$.

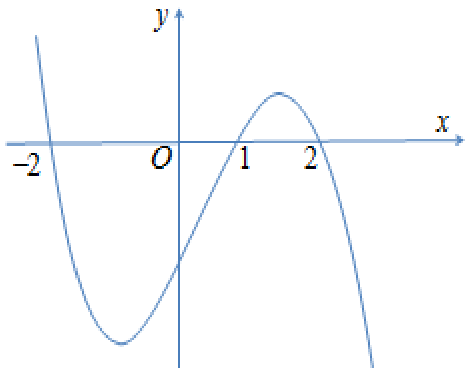
Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có phương trình $f(t)=f\left(2^m+2^{-m}\right)$ có đúng một nghiệm $t>2$ khi $\left[\begin{array}{l} f\left(2^m+2^{-m}\right)=-2 \\ f\left(2^m+2^{-m}\right)>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^m+2^{-m}=\dfrac{5}{2} \\ 2^m+2^{-m}>3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{2m}-\dfrac{5}{2}.2^m+1=0\ (1) \\ 2^{2m}-3.2^m+1>0\ (2) \end{array}\right.$.

Xét phương trình $2^{2m}-\dfrac{5}{2}.2^m+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^m=2 \\ 2^m=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Xét bất phương trình $2^{2m}-3.2^m+1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^m>\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ 2^m<\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\log_2\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right) \\ m<\log_2\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \end{array}\right.$.

Do m là số nguyên dương nhỏ hơn 10 nên $m\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}\Rightarrow$ có 9 giá trị của m.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới và $f(-2)=f(2)=0$.



Hàm số $g(x)=\left[f(x)\right]^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-4;-3)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới và $f(-2)=f(2)=0$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

$g(x)=[f(x)]^2 \Rightarrow g'(x)=2f(x).f'(x)$

$g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow 2f(x).f'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(x)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2\le x\le 1 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$.

Câu 51: Biết $\int_0^1 xf'(x)dx=5$ và $f(1)=-1$. Tính $I=\int_0^1 f(x)dx.$

A. $I=4$ **B.** $I=-4$ **C.** $I=6$ **D.** $I=-6$

Lời giải

Chọn B

$I=\int_0^1 xf'(x)dx=5$. Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=f(x) \end{cases}$.

$I=x.f(x)\Big|_0^1-\int_0^1 f(x)dx \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx=x.f(x)\Big|_0^1-5=-6.$

---------- HẾT ----------