

Họ tên: Số báo danh:

Câu 1. Số phức $z = 4 - 3i$ có môđun bằng

- A. 8. B. $2\sqrt{2}$. C. 5. D. 25.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn số phức $z = 2 + i$?

- A. $M(2; 0)$. B. $N(2; 1)$. C. $P(2; -1)$. D. $Q(1; 2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$. Tìm phương trình tham số của đường thẳng Δ .

- A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = t \end{cases}$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = -2 + 3i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. $4 - 2i$. B. $4i$. C. $-4 + 2i$. D. $-2i$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(-1; -2; 0)$. B. $M(1; 2; 0)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $M(3; 3; 2)$.

Câu 6. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $x + 2i = 3 + 4yi$.

- A. $x = 3, y = \frac{1}{2}$. B. $x = 3, y = -\frac{1}{2}$. C. $x = -3, y = \frac{1}{2}$. D. $x = 3, y = 2$.

Câu 7. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{1}{3+2i}$.

- A. $-\frac{2}{13}$. B. $\frac{2}{13}$. C. $-\frac{2}{13}i$. D. $\frac{3}{13}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 5; 7), B(1; 1; -1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; -4; 6)$. B. $I(4; 6; -8)$. C. $I(-1; -2; 3)$. D. $I(2; 3; 3)$.

Câu 9. Tích phân $\int_1^3 x^2 dx$ bằng

- A. $\frac{17}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{26}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$.

Câu 11. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [1 + f(x)] dx$ bằng

- A. 8. B. 7. C. 6. D. 20.

Câu 12. Trong không gian cho $A(1; 2; 3)$ và $B(2; -1; 2)$. Đường thẳng đi qua hai điểm AB có phương trình là.

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-1}$. C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là

- A. $-5 + 3i$. B. $5 + 3i$. C. $-3 + 5i$. D. $-5 - 3i$.

Câu 14. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(3;0;0), B(0;1;0), C(0;0;2)$ là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{2} - \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = -1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 0$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;1]$ thỏa $\int_{-1}^1 f'(x) dx = 5$ và $f(1) = 4$. Tính $f(-1)$.

- A. $f(-1) = 1$. B. $f(-1) = 9$. C. $f(-1) = -9$. D. $f(-1) = -1$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -3 + i$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = z_1 z_2$ có tọa độ là

- A. $(-5; -5)$. B. $(-1; -6)$. C. $(-2; 3)$. D. $(1; -5)$.

Câu 17. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^1 g(x) dx = 4$. Tính $I = \int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 12$. D. $I = 7$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 3 = 0$.

- A. $R = 3$. B. $R = 6$. C. $R = \sqrt{33}$. D. $R = \sqrt{6}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{x} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của vector \vec{x}

- A. $\vec{x} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{x} = (2; 1; 3)$. C. $\vec{x} = (2; -1; 3)$. D. $\vec{x} = (3; 2; 1)$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn $2(z + 1 - 2i) = 9 - 5i$. Môđun của z bằng

- A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 5.

Câu 21. Họ tất cả các nguyên hàm hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là

- A. $\cot x + C$. B. $-\tan x + C$. C. $-\cot x + C$. D. $\tan x + C$.

Câu 22. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh Ox bằng

- A. $\pi \int_0^2 e^x dx$. B. $\int_0^2 e^{2x} dx$. C. $\pi \int_0^2 e^{2x} dx$. D. $\int_0^2 e^x dx$.

Câu 23. Họ tất cả các nguyên hàm hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

- A. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$. C. $-2 \cos 2x + C$. D. $2 \cos 2x + C$.

Câu 24. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = 20$. B. $P = 40$. C. $P = \sqrt{0}$. D. $P = 2\sqrt{10}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 + x + C$. C. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 + C$.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Tìm môđun của số phức $\frac{z_1}{z_2}$.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. B. $\frac{5}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 27. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

- A. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$. B. $\int 3^x dx = 3^x + C$. C. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $\int 3^x dx = 3^{x+1} + C$.

Câu 28. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức liên hợp của số phức $z_1 + 2z_2$ là

- A. $3 - 2i$. B. $2 + i$. C. $2 - i$. D. $-3 + 2i$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a; x = b$ có công thức tính là

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$. B. $S = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$. C. $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx$. D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 30. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos x$ là

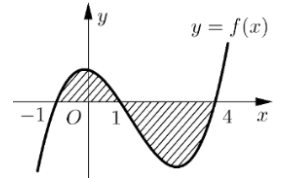
A. $x - \sin x + C$. B. $x \cos x + \sin x + C$. C. $x \sin x - \cos x + C$. D. $x \sin x + \cos x + C$.

Câu 31. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa $(1+i)\bar{z} = 3+i$.

A. 3. B. -1. C. $3\sqrt{2}$. D. 1.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.
 C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$. D. $S = \int_{-1}^4 f(x) dx$.



Câu 33. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x, y = 0$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{\pi}{30}$. C. $\frac{1}{30}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -1), B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x + y + z + 1 = 0$. B. $2x + y + z = 0$. C. $x + y + z - 3 = 0$. D. $x + 2y + z - 1 = 0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x - 2y + z + 1 = 0$. B. $3x + 2y + z - 5 = 0$. C. $2x - y + 3z + 14 = 0$. D. $3x - 2y + z + 5 = 0$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

A. $(2; -2)$. B. $(-2; -2)$. C. $(2; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 4; 1), \vec{c} = (1; -2; 1)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{u} = (9; -10; 4)$. B. $\vec{u} = (9; 10; 4)$. C. $\vec{u} = (0; 4; 5)$. D. $\vec{u} = (4; -9; 10)$.

Câu 38. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x - 1, y = x^3 - 1$ bằng

A. $S = \frac{1}{4}\pi$. B. $S = \frac{1}{2}\pi$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = \frac{1}{4}$.

Câu 39. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d: y = x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

A. $V = \frac{81\pi}{10}$. B. $V = \frac{81\pi}{5}$. C. $V = \frac{108\pi}{5}$. D. $V = \frac{108\pi}{10}$.

Câu 40. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{(x+2)^2}$ là

A. $3 \ln|x+2| + \frac{7}{x+2} + C$. B. $\ln|x+2| - \frac{7}{x+2} + C$. C. $3x - 7 \ln|x+2| + C$. D. $3 \ln|x+2| - \frac{7}{(x+2)^2} + C$.

Câu 41. Cho tích phân $I = \int_0^1 (x+2) \ln(x+1) dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$ trong đó a, b, c là các số nguyên và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 81.

B. 16.

C. 49.

D. 100.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $f(-x) + f(x) = x^2$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = \frac{1}{3}$.

C. $I = \frac{4}{3}$.

D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;2;1)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y - z + 1 = 0$.

B. $x - z + 2 = 0$.

C. $3y - z - 1 = 0$.

D. $y + z - 3 = 0$.

Câu 44. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $\bar{z} + \frac{25}{z} = 8 - 6i$.

A. -1 .

B. 7 .

C. 1 .

D. 4 .

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (0; 20)$ để phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2}$.

A. 13.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ và mp $(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$, phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , cắt d và vuông góc với d là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{6}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{-6}$.

C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{6}$.

D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-5}{-6}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(1) = -1$ và $xf(1-x^3) + f'(x) = x^7 + x - 2, x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{-5}{9}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{-2}{3}$.

Câu 49. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(0;2;1)$, $B(1;0;2)$, $C(2;1;-3)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 20$ là một mặt cầu. Lập phương trình mặt cầu đó.

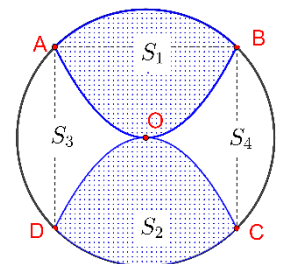
A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{2}{3}$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{2}{3}$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{2}{3}$.

Câu 50. Bác Việt có một bồn hoa hình tròn tâm O . Bác dự định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh O và đối xứng với nhau qua O . Hai đường này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng $4m$ (như hình vẽ). Phần diện tích S_3, S_4 được dùng để trồng cỏ, và S_1, S_2 được dùng để trồng hoa. Biết kinh phí trồng cỏ là 100000 đồng/ m^2 , trồng hoa là 250000 đồng. Hỏi chi phí để bác Việt trồng bồn hoa là bao nhiêu? (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn)



A. 3270000 đồng.

B. 4897000 đồng.

C. 4798000 đồng.

D. 3702000 đồng.

---Hết---

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Đáp án	C	B	A	A	B	A	A	D	C	C	C	B	B	A	D	A	D	D	C	A	D	C	B	A	B
Câu	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Đáp án	A	C	A	D	D	A	B	B	C	D	A	A	C	C	A	A	B	D	B	B	D	C	D	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là
A. $(2; -2)$. **B.** $(-2; -2)$. **C.** $(2; 2)$. **D.** $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } z + 2\bar{z} = 6 + 2i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 6 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 6 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy $z = 2 - 2i$ suy ra điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là $(2; -2)$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 4; 1), \vec{c} = (1; -2; 1)$. Tìm tọa độ vector $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.
A. $\vec{u} = (9; -10; 4)$. **B.** $\vec{u} = (9; 10; 4)$. **C.** $\vec{u} = (0; 4; 5)$. **D.** $\vec{u} = (4; -9; 10)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\left. \begin{array}{l} 2\vec{a} = (2; 4; 6) \\ 3\vec{b} = (-6; 12; 3) \\ \vec{c} = (1; -2; 1) \end{array} \right\} \Rightarrow 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = (9; -10; 4)$$

Câu 38. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x - 1, y = x^3 - 1$ bằng

A. $S = \frac{1}{4}\pi$. **B.** $S = \frac{1}{2}\pi$. **C.** $S = \frac{1}{2}$. **D.** $S = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } x - 1 = x^3 - 1 \Leftrightarrow x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó diện tích } S = \int_{-1}^1 |x^3 - x| dx = \frac{1}{2}$$

Câu 39. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d: y = x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

A. $V = \frac{81\pi}{10}$. **B.** $V = \frac{81\pi}{5}$. **C.** $V = \frac{108\pi}{5}$. **D.** $V = \frac{108\pi}{10}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } -x^2 + 4x = x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó thể tích } V = \pi \int_0^3 \left| (-x^2 + 4x)^2 - x^2 \right| dx = \frac{108}{5}\pi$$

Câu 40. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{(x+2)^2}$ là

A. $3\ln|x+2| + \frac{7}{x+2} + C.$

B. $\ln|x+2| - \frac{7}{x+2} + C.$

C. $3x - 7\ln|x+2| + C.$

D. $3\ln|x+2| - \frac{7}{(x+2)^2} + C.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int f(x) dx = \int \frac{3x-1}{(x+2)^2} dx = \int \left[\frac{3}{x+2} - \frac{7}{(x+2)^2} \right] dx = 3\ln|x+2| + \frac{7}{x+2} + C$

Câu 41. Cho tích phân $I = \int_0^1 (x+2)\ln(x+1) dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$ trong đó a, b, c là các số nguyên và $\frac{b}{c}$ là phân số

tối giản. Tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 81.

B. 16.

C. 49.

D. 100.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = (x+2) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = \frac{1}{2}x^2 + 2x \end{cases}$

Ta có: $I = \int_0^1 (x+2)\ln(x+1) dx = \left(\frac{1}{2}x^2 + 2x \right) \ln(x+1) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 + 4x}{x+1} dx$

$= \left(\frac{1}{2}x^2 + 2x \right) \ln(x+1) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \left(x+3 - \frac{3}{x+1} \right) dx = \left[\left(\frac{1}{2}x^2 + 2x \right) \ln(x+1) - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} + 3x - 3\ln(x+1) \right) \right] \Big|_0^1 = 4\ln 2 - \frac{7}{4}$

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $f(-x) + f(x) = x^2$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{2}{3}.$

B. $I = \frac{1}{3}.$

C. $I = \frac{4}{3}.$

D. $I = \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $f(-x) + f(x) = x^2 \Rightarrow \int_{-1}^1 f(-x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx \Leftrightarrow 2I = \frac{2}{3} \Leftrightarrow I = \frac{1}{3}$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;2;1)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y - z + 1 = 0.$

B. $x - z + 2 = 0.$

C. $3y - z - 1 = 0.$

D. $y + z - 3 = 0.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overline{AB} = (-2; 1; -1), \vec{i} = (1; 0; 0) \Rightarrow \vec{n} = [\overline{AB}, \vec{i}] = (0; -1; -1)$

Khi đó, Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;1;2)$: $y + z - 3 = 0.$

Câu 44. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $\bar{z} + \frac{25}{z} = 8 - 6i.$

A. -1.

B. 7.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\bar{z} + \frac{25}{z} = 8 - 6i \Leftrightarrow \bar{z}.z + 25 = z(8 - 6i)$ (*)

$\Rightarrow |z|^2 + 25 = |z|.10$

Đặt $t = |z|, t \geq 0$ ta có: $|t^2 + 25| = 10t \Leftrightarrow t = 5$

Thay vào (*) có $25 + 15 = z(8 - 6i) \Leftrightarrow z = 4 + 3i$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (2;0;-1), \overrightarrow{BD} = (0;-1;2) \Rightarrow \vec{n}_{(BCD)} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (-1; -4; -2)$

Khi đó, đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$ vuông góc (BCD) với nhận $\vec{a} = (1;4;2)$ làm VTCP có pt: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (0;20)$ để phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\overline{z_1 z_1} = z_2 \overline{z_2}$.

A. 13

B. 11

C. 12

D. 10

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow (z - 3)^2 = 9 - m$

+) Nếu $m = 9 \Rightarrow z = 3$ (loại vì phương trình chỉ có một nghiệm).

+) Nếu $m < 9$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm thực $z_1 = 3 - \sqrt{9 - m}; z_2 = 3 + \sqrt{9 - m}$.

Ta có $\overline{z_1 z_1} = z_2 \overline{z_2} \Leftrightarrow |z_1| = |z_2| \Leftrightarrow (3 - \sqrt{9 - m})^2 = (3 + \sqrt{9 - m})^2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - \sqrt{9 - m} = 3 + \sqrt{9 - m} \\ 3 - \sqrt{9 - m} = -3 - \sqrt{9 - m} \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{9 - m} = 0 \Leftrightarrow m = 9$ (loại).

+) Nếu $m > 9$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_1 = 3 - i\sqrt{m - 9}, z_2 = 3 + i\sqrt{m - 9}$.

Ta có $\overline{z_1 z_1} = z_2 \overline{z_2} = 3^2 + \sqrt{m - 9}$ (luôn đúng). $\Rightarrow m > 9$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vì $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (0;20) \end{cases}$ nên $m \in \{10;11;12;...;19\}$.

Vậy có 10 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ và mp $(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$, phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , cắt d và vuông góc với d là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{6}$ B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{-6}$ C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{6}$ D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-5}{-6}$

Lời giải

Chọn C.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Gọi } M = \Delta \cap d \\ \Delta \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow M = d \cap (P) \Rightarrow M(-2; -1; 5)$$

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} \Delta \perp d \\ \Delta \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{a}_d] = (2; 5; 6)$$

Khi đó phương trình đường thẳng Δ đi qua M và có VTCP $\vec{a}_\Delta = (2; 5; 6)$: $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{6}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(1) = -1$ và

$$xf(1-x^3) + f'(x) = x^7 + x - 2, x \in \mathbb{R}. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{-5}{9}$. C. $\frac{5}{9}$. D. $\frac{-2}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Từ $xf(1-x^3) + f'(x) = x^7 + x - 2, x \in \mathbb{R}$. Suy ra $x^2 f(1-x^3) + xf'(x) = x^8 + x^2 - 2x, x \in \mathbb{R}$

$$\text{Do đó } \int_0^1 x^2 f(1-x^3) dx + \int_0^1 xf'(x) dx = \int_0^1 (x^8 + x^2 - 2x) dx \quad (1).$$

$$+ \text{ Xét } A = \int_0^1 x^2 f(1-x^3) dx :$$

$$\text{Đặt } t = 1 - x^3 \Rightarrow dt = -3x^2 dx. \text{ Khi đó: } A = -\frac{1}{3} \int_1^0 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx \quad (2).$$

$$+ \text{ Xét } B = \int_0^1 xf'(x) dx :$$

$$\text{Sử dụng tích phân từng phần ta được: } B = xf(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) dx = -1 - \int_0^1 f(x) dx \quad (3)$$

$$\text{Thay (2) và (3) vào (1) ta được: } \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx - 1 - \int_0^1 f(x) dx = \frac{-5}{9} \Leftrightarrow \frac{-2}{3} \int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{9} \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{-2}{3}.$$

Câu 49: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(0; 2; 1), B(1; 0; 2), C(2; 1; -3)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 20$ là một mặt cầu. Lập phương trình mặt cầu đó.

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{2}{3}$.
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{2}{3}$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn C.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC ta có $G(1; 1; 0)$, ta có:

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}, GA = \sqrt{3}, GB = \sqrt{5}, GC = \sqrt{10}.$$

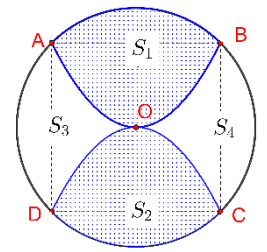
$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 20 \Leftrightarrow (\vec{MG} + \vec{GA})^2 + (\vec{MG} + \vec{GB})^2 + (\vec{MG} + \vec{GC})^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{MG}^2 + \vec{GA}^2 + \vec{GB}^2 + \vec{GC}^2 = 20 \Leftrightarrow MG = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy tập hợp điểm M là mặt cầu tâm G , bán kính $R = \frac{\sqrt{6}}{3}$ nên phương trình là:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{2}{3}$$

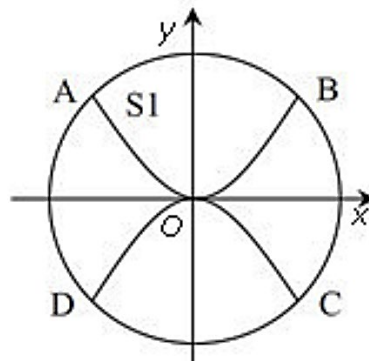
Câu 50: Bác Việt có một bồn hoa hình tròn tâm O . Bác dự định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh O và đối xứng với nhau qua O . Hai đường này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng $4m$ (như hình vẽ). Phần diện tích S_3, S_4 được dùng để trồng cỏ, và S_1, S_2 được dùng để trồng hoa. Biết kinh phí trồng cỏ là $100\,000$ đồng/ m^2 , trồng hoa là $250\,000$ đồng. Hỏi chi phí để bác Việt trồng bồn hoa là bao nhiêu? (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn)



- A. 3 270 000 đồng. B. 4 897 000 đồng.
C. 4 798 000 đồng. D. 3 702 000 đồng.

Lời giải

Chọn C.



Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ

Parabol có hàm số dạng có đỉnh là gốc tọa độ và đi qua điểm $B(2;2)$ nên có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$

Đường tròn tâm O có bán kính $OB = \frac{1}{2}BD = 2\sqrt{2}$ có phương trình: $x^2 + y^2 = 8$

Khi đó,

$$S_1 + S_2 = 2 \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8-x^2} - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = 2 \left(4 + 2\pi - \frac{8}{3} \right) = \frac{8}{3} + 4\pi$$

$$S_3 + S_4 = 8\pi - \left(\frac{8}{3} + 4\pi \right) = 4\pi - \frac{8}{3}$$

Suy ra chi phí trồng bồn hoa là: $250\,000 \cdot \left(\frac{8}{3} + 4\pi \right) + 100\,000 \cdot \left(4\pi - \frac{8}{3} \right) \approx 4\,798\,230$ đồng.

Vậy chi phí để bác Việt trồng bồn hoa là 4.798.000 đồng (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn)