

Câu 1: Cho số phức $z = 1 - 4i$. Khi đó, $4z$ bằng

- A. $4 - 4i$. B. $-4 + 16i$. C. $4 - 16i$. D. $1 - 16i$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 1; -4)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(0; 0; -4)$. B. $(-3; 1; 4)$. C. $(-3; 1; 0)$. D. $(-3; 0; 0)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_2 = (2; 1; 4)$. B. $\vec{u}_1 = (3; 1; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (2; -1; -4)$. D. $\vec{u}_3 = (2; -1; 4)$.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 1 + i$. Khi đó, $z_1 + z_2$ bằng

- A. $3 - 4i$. B. $3 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $3 - 2i$.

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 6 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Khi đó, $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}i$. B. $\frac{5}{8} - \frac{5}{6}i$. C. $\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$. D. $\frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$.

Câu 6: Môđun của số phức $z = 4 - i$ bằng

- A. 17. B. $\sqrt{17}$. C. 15. D. $\sqrt{15}$.

Câu 7: Cho số phức $z = 2i$. Khi đó, $\frac{1}{z}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}i$. B. $-2i$. C. $\frac{1}{2}i$. D. $-\frac{3}{2}i$.

Câu 8: $\int_1^2 2x dx$ bằng

- A. -5. B. 3. C. 5. D. -3.

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

Quay (H) quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng V . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$. B. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x^2 dx$. C. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$. D. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \ln x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{x^2} + C$. C. $\int f(x) dx = \ln|x| + C$. D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{x} + C$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $P(-1; 1; -3)$. B. $N(3; -2; 4)$. C. $M(5; -5; 1)$. D. $Q(2; -3; 1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 4]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_2^4 f(x) dx$. B. $S = \pi \int_2^4 f^2(x) dx$. C. $S = \int_4^2 |f(x)| dx$. D. $S = \int_2^4 |f(x)| dx$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; -1; 1)$. Tính $|\vec{u}|$.

- A. $|\vec{u}| = \sqrt{2}$. B. $|\vec{u}| = 2$. C. $|\vec{u}| = 3$. D. $|\vec{u}| = \sqrt{3}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int 2f(x)dx = \frac{1}{2} \int f(x)dx$. B. $\int 2f(x)dx = 2x \int f(x)dx$.
C. $\int 2f(x)dx = -\frac{1}{2} \int f(x)dx$. D. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.

Câu 15: Số phức $z = 5 - 6i$ có phần ảo bằng

- A. 5. B. -6. C. $-6i$. D. $6i$.

Câu 16: Nếu $\int_5^7 f(x)dx = 3$ và $\int_5^7 g(x)dx = 4$ thì $\int_5^7 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. 12. B. -1. C. 1. D. 7.

Câu 17: Trên tập số phức, số -4 có các căn bậc hai là

- A. $\{-4i; 4i\}$. B. $\{-\sqrt{2}i; \sqrt{2}i\}$. C. $\{-2i; 2i\}$. D. $\{-2; 2\}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng có phương trình nào sau đây đi qua điểm $M(0; 2; -1)$?

- A. $x - y - z + 1 = 0$. B. $x - y + z - 1 = 0$. C. $2x - 2y - 3z + 4 = 0$. D. $x + y - z - 4 = 0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 7 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (4; -3; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 4; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (-3; 2; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (2; -3; 4)$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = x^3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{4} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{4}{x^4} + C$. C. $\int f(x)dx = 3x^2 + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \cos 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3} \sin 3x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$.
C. $\int f(x)dx = -3 \sin 3x + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$.

Câu 22: Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ bằng cách đặt $t = \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^2 dt$. B. $I = -\int_0^1 t^2 dt$. C. $I = \int_0^1 t^2 dt$. D. $I = \frac{1}{3} \int_0^1 t^3 dt$.

Câu 23: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Hỏi điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz_0 ?

- A. $P\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $Q\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $N\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 24: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$) thỏa mãn $(2+i)z + 3i = 4$. Tính $S = x + y$.

- A. $S = 3$. B. $S = 1$. C. $S = -1$. D. $S = -3$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1; 1)$ và song song với đường thẳng

$d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{5}$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn của số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là

- A. $Q(-1; 2)$. B. $N(-2; -1)$. C. $P(2; -1)$. D. $M(-1; -2)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 0; 4)$ và vuông góc với đường thẳng

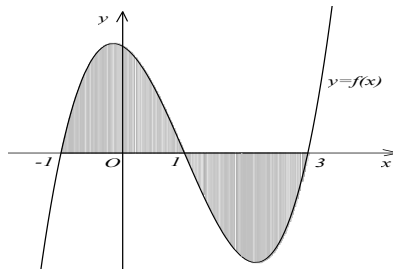
$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 3 + 5t \end{cases} \text{ có phương trình là}$$

- A. $x - 2y + 5z - 21 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 13 = 0$. C. $x - 2y + 5z - 23 = 0$. D. $x - 2y - 5z + 19 = 0$.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = -3 - i$. Trên mặt phẳng Oxy , gọi M là điểm biểu diễn của số phức $w = \overline{z_1} - z_1 \cdot \overline{z_2} - 7 - 2i$. Độ dài đoạn thẳng OM bằng

- A. $4\sqrt{3}$. B. $\sqrt{197}$. C. $\sqrt{274}$. D. $5\sqrt{2}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 3$ (như hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx$.
 C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx$. D. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = x \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = -x \cos x - \sin x + C$. B. $\int f(x)dx = -x \sin x + \cos x + C$.
 C. $\int f(x)dx = x \cos x + \sin x + C$. D. $\int f(x)dx = -x \cos x + \sin x + C$.

Câu 31: $\int_1^e x^2 \ln x dx$ bằng

- A. $\frac{2e^3 - 1}{9}$. B. $\frac{2e^3 + 1}{9}$. C. $\frac{2e^3 + 1}{3}$. D. $\frac{2e^3 + 2}{9}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 6 = 0$ và $(Q): 2x - 2y + z + 5 = 0$ bằng

- A. $\frac{11}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{11}{9}$.

Câu 33: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$, trục hoành và đường thẳng $x = 3$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích bằng

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{2}(3 + 4 \ln 2)$. C. $\frac{\pi}{2}(3 - 4 \ln 2)$. D. $\frac{\pi}{2}(3 + 4 \ln 2)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 19 = 0$. Bán kính của (S) bằng

- A. 5. B. 25. C. $\sqrt{6}$. D. 6.

Câu 35: Tìm $x, y \in R$ sao cho $x + y + (x - y)i = 2 + 6i$.

- A. $x = -4; y = 2$. B. $x = -2; y = 4$. C. $x = 4; y = 2$. D. $x = 4; y = -2$.

Câu 36: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = ax^2 + 1 (a > 0)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Quay (H) quanh trục Ox được một khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{28}{15}\pi$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $5 < a < 8$. B. $2 < a < 3$. C. $0 < a < 2$. D. $3 < a < 5$.

Câu 37: Biết $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 11x + 30} = a \ln 2 + b \ln 6 + c \ln 7$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = -6$. B. $S = 2$. C. $S = 0$. D. $S = -2$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + 2z - 4 = 0$. Mặt phẳng (P) chứa d và vuông góc với (α) có phương trình là

- A. $5x + 5y + 2z + 1 = 0$. B. $2x - 4y - 7z - 11 = 0$. C. $8x - 4y - 10z - 7 = 0$. D. $4x - 2y - 5z - 7 = 0$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(5) = 10$ và $\int_0^5 xf'(x) dx = 30$. Khi đó, $\int_0^5 f(x) dx$ bằng

- A. -20 . B. 20 . C. -80 . D. 80 .

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; -2; 3)$ và cắt trục Oy tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4$. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 6$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ có đồ thị (P) và d là tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ $x = 3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(P), d$ và trục hoành bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 3 . D. $\frac{9}{4}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 24x^2 - 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 7$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 3$, khi đó $F(2)$ bằng

- A. 27 . B. 17 . C. 33 . D. 61 .

Câu 43: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 5 + i + (3 + 2i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = \sqrt{13}$. B. $r = 3\sqrt{13}$. C. $r = \sqrt{21}$. D. $r = 117$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$. Biết đường thẳng

đi qua A , vuông góc và cắt d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; 5)$. Khi đó, $a + b$ bằng

- A. 12 . B. 24 . C. -12 . D. -24 .

Câu 45: Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(2z - 1)(1 + i) - (\bar{z} + 3i)(1 - i) = 3 - 7i$. Tính $S = a^2 + b$.

- A. $S = 7$. B. $S = -1$. C. $S = 13$. D. $S = 5$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $f(x) = xf'(x) + 3x^4 - 4x^2$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

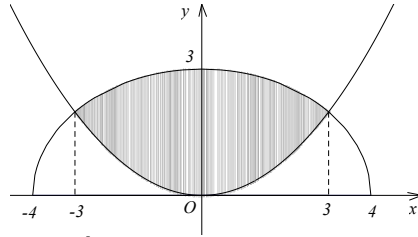
A. $I = \frac{421}{30}$.

B. $I = \frac{5}{4}$.

C. $I = \frac{49}{30}$.

D. $I = \frac{62}{15}$.

Câu 47: Người ta muốn trồng hoa Dã Quỳ trên một mảnh vườn giới hạn bởi một đường parabol và một nửa đường elip có độ dài trục lớn bằng $8m$, nửa độ dài trục bé bằng $3m$ (phần tô đậm như hình vẽ). Biết rằng để trồng một mét vuông hoa Dã Quỳ cần 350.000 đồng. Số tiền để trồng xong vườn hoa Dã Quỳ bằng (làm tròn đến hàng ngàn).



A. 4.256.000 đồng.

B. 4.257.000 đồng.

C. 4.270.000 đồng.

D. 4.250.000 đồng.

Câu 48: Cho các số phức z thỏa mãn $|z+4+i|+|z-4-3i|=4\sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+6-4i|$ bằng

A. $\sqrt{29}$.

B. $\sqrt{101}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\frac{12\sqrt{5}}{5}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4), B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-8=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $2MA^2+3MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=4$.

B. $S=8$.

C. $S=-2$.

D. $S=3$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;5;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$. Biết phương trình

mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có dạng $ax+by+cz-3=0$ với $a,b,c \in Z$. Khi đó, $a+b$ bằng

A. -3 .

B. 3 .

C. -2 .

D. 5 .

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
C	A	D	D	D	B	A	B	C	C
Câu 11	Câu 12	Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20
D	D	D	D	B	B	C	A	D	D
Câu 21	Câu 22	Câu 23	Câu 24	Câu 25	Câu 26	Câu 27	Câu 28	Câu 29	Câu 30
D	C	B	C	A	D	A	D	B	D
Câu 31	Câu 32	Câu 33	Câu 34	Câu 35	Câu 36	Câu 37	Câu 38	Câu 39	Câu 40
B	A	D	A	D	C	D	D	B	D
Câu 41	Câu 42	Câu 43	Câu 44	Câu 45	Câu 46	Câu 47	Câu 48	Câu 49	Câu 50
B	C	B	B	D	C	A	D	A	A

ĐÁP ÁN CHI TIẾT VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 36: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = ax^2 + 1 (a > 0)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Quay (H) quanh trục Ox được một khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{28}{15}\pi$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $5 < a < 8$. B. $2 < a < 3$. C. $0 < a < 2$. D. $3 < a < 5$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\pi \int_0^1 (ax^2 + 1)^2 dx = \frac{28}{15}\pi \Leftrightarrow \int_0^1 (a^2x^4 + 2ax^2 + 1) dx = \frac{28}{15} \Leftrightarrow \left(a^2 \frac{x^5}{5} + \frac{2}{3} ax^3 + x \right) \Big|_0^1 = \frac{28}{15}$

$\Leftrightarrow \frac{a^2}{5} + \frac{2}{3}a + 1 = \frac{28}{15} \Leftrightarrow 3a^2 + 10a - 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{13}{3} \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow a = 1$. Chọn C.

Câu 37: Biết $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 11x + 30} = a \ln 2 + b \ln 6 + c \ln 7$ với $a, b, c \in Z$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = -6$. B. $S = 2$. C. $S = 0$. D. $S = -2$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 11x + 30} = \int_1^2 \frac{dx}{(x+5)(x+6)} = \int_1^2 \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} \right) dx = \left[\ln(x+5) - \ln(x+6) \right] \Big|_1^2 = -3 \ln 2 - \ln 6 + 2 \ln 7$

Suy ra: $a = -3; b = -1; c = 2 \Rightarrow S = -2$. Chọn D.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + 2z - 4 = 0$. Mặt phẳng (P) chứa d và vuông góc với (α) có phương trình là

- A. $5x + 5y + 2z + 1 = 0$. B. $2x - 4y - 7z - 11 = 0$. C. $8x - 4y - 10z - 7 = 0$. D. $4x - 2y - 5z - 7 = 0$.

Hướng dẫn giải

d đi qua điểm $M(-1; 2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (3; 1; 2)$.

VTPT của $(\alpha): \vec{n}_\alpha = (1; -3; 2)$.

Gọi \vec{n}_p là VTPT của $(P) \Rightarrow \vec{n}_p = [\vec{u}_d, \vec{n}_\alpha] = (8; -4; -10) = 2(4; -2; -5)$.

Mặt khác: $M(-1; 2; -3) \in (P)$.

Vậy, (P) có phương trình: $4(x+1) - 2(y-2) - 5(z+3) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 5z - 7 = 0$. Chọn D.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R thỏa mãn $f(5) = 10$ và $\int_0^5 xf'(x) dx = 30$. Khi

đó, $\int_0^5 f(x) dx$ bằng

- A. -20. B. 20. C. -80. D. 80.

Hướng dẫn giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$. Ta có: $\int_0^5 xf'(x) dx = 30 \Leftrightarrow xf(x)|_0^5 - \int_0^5 f(x) dx = 30$

$\Leftrightarrow 5f(5) - \int_0^5 f(x) dx = 30 \Leftrightarrow \int_0^5 f(x) dx = 50 - 30 = 20$. Chọn B.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; -2; 3)$ và cắt trục Oy tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4$. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 6$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow IH \perp AB \Rightarrow H(0; -2; 0) \Rightarrow IH = \sqrt{10}$.

Mặt khác: $AH = \frac{AB}{2} = 2$

Bán kính của mặt cầu (S) là: $R = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{10 + 4} = \sqrt{14}$

Vậy, (S) có phương trình: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ có đồ thị (P) và d là tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ $x = 3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(P), d$ và trục hoành bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 3. D. $\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình tiếp tuyến $d: y = 2x - 3$.

$(P) \cap Ox = (0; 0); (P) \cap d = (3; 3); d \cap Ox = \left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

Suy ra, diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \frac{1}{3} \int_0^{\frac{3}{2}} x^2 dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 \left[\frac{1}{3}x^2 - (2x-3) \right] dx = \frac{3}{4} \text{ (casio)}$$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 24x^2 - 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 7$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 3$, khi đó $F(2)$ bằng

- A. 27. B. 17. C. 33. D. 61.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (24x^2 - 2) dx = 8x^3 - 2x + C_1$.

Mặt khác: $f(1) = 7 \Rightarrow C_1 = 1 \Rightarrow f(x) = 8x^3 - 2x + 1$.

Ta lại có: $F(x) = \int f(x) dx = \int (8x^3 - 2x + 1) dx = 2x^4 - x^2 + x + C_2$.

Mặt khác: $F(0) = 3 \Rightarrow C_2 = 3 \Rightarrow F(x) = 2x^4 - x^2 + x + 3 \Rightarrow F(2) = 33$. Chọn C.

Câu 43: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức

$w = 5 + i + (3 + 2i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = \sqrt{13}$. B. $r = 3\sqrt{13}$. C. $r = \sqrt{21}$. D. $r = 117$.

Hướng dẫn giải

Đặt $w = x + yi (x, y \in R)$, ta có: $w = 5 + i + (3 + 2i)z \Leftrightarrow x + yi = 5 + i + (3 + 2i)z \Leftrightarrow z = \frac{x - 5 + (y - 1)i}{3 + 2i}$.

Mặt khác: $|z| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x - 5 + (y - 1)i}{3 + 2i} \right| = 3 \Leftrightarrow |x - 5 + (y - 1)i| = 3\sqrt{13} \Leftrightarrow (x - 5)^2 + (y - 1)^2 = (3\sqrt{13})^2$

Vậy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức w nằm trên đường tròn có bán kính $r = 3\sqrt{13}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$. Biết đường thẳng

đi qua A , vuông góc và cắt d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; 5)$. Khi đó, $a + b$ bằng

- A. 12. B. 24. C. -12. D. -24.

Hướng dẫn giải

Lấy $M \in d \Rightarrow M(3 + t; -1 - 2t; 3t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t - 1; -3 - 2t; 3t + 1)$.

VTCP của d là $\vec{u}_d = (1; -2; 3)$.

$AM \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t - 1 - 2(-3 - 2t) + 3(3t + 1) = 0 \Leftrightarrow 14t + 8 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{4}{7}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \left(-\frac{11}{7}; -\frac{13}{7}; -\frac{5}{7} \right) = -\frac{1}{7}(11; 13; 5) \Rightarrow a = 11; b = 13 \Rightarrow a + b = 24$. Chọn B.

Câu 45: Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in R)$ thỏa mãn $(2z - 1)(1 + i) - (\bar{z} + 3i)(1 - i) = 3 - 7i$. Tính

$S = a^2 + b$.

- A. $S = 7$. B. $S = -1$. C. $S = 13$. D. $S = 5$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$(2z - 1)(1 + i) - (\bar{z} + 3i)(1 - i) = 3 - 7i \Leftrightarrow 2z + 2iz - 1 - i - \bar{z} + i\bar{z} - 3i - 3 = 3 - 7i \Leftrightarrow 2z + 2iz - \bar{z} + i\bar{z} = 7 - 3i$.

$\Leftrightarrow 2(a + bi) + 2i(a + bi) - (a - bi) + i(a - bi) = 7 - 3i \Leftrightarrow a - b + (3a + 3b)i = 7 - 3i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 7 \\ 3a + 3b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow S = a^2 + b = 9 - 4 = 5$. Chọn D.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và

$f(x) = xf'(x) + 3x^4 - 4x^2$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{421}{30}$. B. $I = \frac{5}{4}$. C. $I = \frac{49}{30}$. D. $I = \frac{62}{15}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f(x) = xf'(x) + 3x^4 - 4x^2 \Leftrightarrow \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = 4 - 3x^2 \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x} \right)' = 4 - 3x^2$

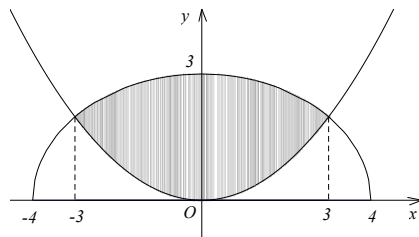
$\Rightarrow \int \left(\frac{f(x)}{x} \right)' dx = \int (4 - 3x^2) dx \Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} = 4x - x^3 + C$.

Mặt khác: $f(1) = 2 \Leftrightarrow 2 = 4 - 1 + C \Leftrightarrow C = -1$.

$\Rightarrow \frac{f(x)}{x} = 4x - x^3 - 1 \Leftrightarrow f(x) = 4x^2 - x^4 - x$

Vậy, $I = \int_1^2 (4x^2 - x^4 - x) dx = \frac{49}{30}$. Chọn C.

Câu 47: Người ta muốn trồng hoa Dã Quỳ trên một mảnh vườn giới hạn bởi một đường parabol và một nửa đường elip có độ dài trục lớn bằng $8m$, nửa độ dài trục bé bằng $3m$ (phần tô đậm như hình vẽ). Biết rằng để trồng một mét vuông hoa Dã Quỳ cần 350.000 đồng. Số tiền để trồng xong vườn hoa Dã Quỳ bằng (làm tròn đến hàng ngàn).



- A.** 4.256.000 đồng. **B.** 4.257.000 đồng. **C.** 4.270.000 đồng. **D.** 4.250.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Nửa đường elip nằm phía trên trục Ox có phương trình là: $y = \frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

Phương trình parabol (P) có dạng: $y = ax^2$ ($a > 0$).

Ta thấy, $M\left(3; \frac{3\sqrt{7}}{4}\right) \in (P) \Rightarrow a = \frac{\sqrt{7}}{12} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{7}}{12}x^2$

Suy ra, diện tích để trồng hoa là: $S = 2 \int_0^3 \left(\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2} - \frac{\sqrt{7}}{12}x^2 \right) dx$.

Vậy, số tiền để trồng xong vườn hoa là: $2 \int_0^3 \left(\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2} - \frac{\sqrt{7}}{12}x^2 \right) dx \cdot 350000 \approx 4.256.000$ đ. Chọn A.

Câu 48: Cho các số phức z thỏa mãn $|z+4+i| + |z-4-3i| = 4\sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+6-4i|$ bằng

- A.** $\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{101}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\frac{12\sqrt{5}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Ta có: $|z+4+i| + |z-4-3i| = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow |x+4+(y+1)i| + |x-4+(y-3)i| = 4\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+4)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-3)^2} = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow MA + MB = 4\sqrt{5}$ với $A(-4; -1), B(4; 3)$.

Mặt khác: $AB = 4\sqrt{5}$.

Suy ra: $MA + MB = AB \Rightarrow M$ thuộc đoạn AB .

Đường thẳng AB có phương trình: $x - 2y + 2 = 0$.

Ta lại có: $P = |z+6-4i| = \sqrt{(x+6)^2 + (y-4)^2} = CM$ với $C(-6; 4)$.

Suy ra: $P_{\min} = d(C, AB) = \frac{12\sqrt{5}}{5}$. Chọn D.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4), B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 8 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $2MA^2 + 3MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = a + b + c$.

- A.** $S = 4$. **B.** $S = 8$. **C.** $S = -2$. **D.** $S = 3$.

Hướng dẫn giải

Gọi $I(x; y; z)$ sao cho $2\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$.

Ta có:

$$\overline{IA} = (2-x; -2-y; 4-z) \Rightarrow 2\overline{IA} = (4-2x; -4-2y; 8-2z)$$

$$\overline{IB} = (-3-x; 3-y; -1-z) \Rightarrow 3\overline{IB} = (-9-3x; 9-3y; -3-3z)$$

$$\Rightarrow 2\overline{IA} + 3\overline{IB} = (-5-5x; 5-5y; 5-5z)$$

Suy ra:

$$2\overline{IA} + 3\overline{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -5-5x=0 \\ 5-5y=0 \\ 5-5z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 1; 1).$$

Ta lại có:

$$\begin{aligned} 2MA^2 + 3MB^2 &= 2\overline{MA}^2 + 3\overline{MB}^2 = 2(\overline{MI} + \overline{IA})^2 + 3(\overline{MI} + \overline{IB})^2 = 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 + 2\overline{MI}(2\overline{IA} + 3\overline{IB}) \\ &= 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 + 2\overline{MI} \left(\underbrace{2\overline{IA} + 3\overline{IB}}_0 \right) = 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 = 5MI^2 + 12\sqrt{3} \geq 12\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Suy ra, $M \in (P)$ và $2MA^2 + 3MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

VTPT của (P) là $\vec{n}_p = (2; -1; 2)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(P) \Rightarrow \vec{n}_p = (2; -1; 2)$ là VTCP của d

$$\Rightarrow d \text{ có phương trình } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \Rightarrow M = d \cap (P).$$

Ta có: $M \in d \Rightarrow M(-1+2t; 1-t; 1+2t)$.

Ta lại có: $M \in (P) \Rightarrow 2(-1+2t) - (1-t) + 2(1+2t) - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(1; 0; 3) \Rightarrow a = 1; b = 0; c = 3$

Vậy, $S = a + b + c = 4$. Chọn A.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 5; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. Biết phương trình

mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có dạng $ax + by + cz - 3 = 0$ với $a, b, c \in Z$. Khi đó, $a + b$ bằng

A. -3.

B. 3.

C. -2.

D. 5.

Hướng dẫn giải

VTCP của d là: $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của M trên d , ta có:

$$K \in d \Rightarrow K(1+2t; t; 2+2t) \Rightarrow \overline{MK} = (2t-1; t-5; 2t-1)$$

Mặt khác: $\overline{MK} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{MK} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow K(3; 1; 4)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên $(P) \Rightarrow d(M, (P)) = MH \leq MK$

Suy ra: $d(M, (P))$ lớn nhất $MH = MK \Leftrightarrow H \equiv K \Rightarrow (P)$ là mặt phẳng đi qua $K(3; 1; 4)$ và nhận $\overline{MK} = (1; -4; 1)$ làm VTPT.

$\Rightarrow (P)$ có phương trình: $x - 4y + z - 3 = 0 \Rightarrow a = 1; b = -4$.

Vậy, $a + b = -3$. Chọn A.

-----Hết-----