SỞ GD&ĐT NGHỆ AN
LIÊN TRƯỜNG THPT

(Đề này có 6 trang)

KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Bài thi: MÔN TOÁN

*Thời gian làm bài: 90 **phút**, không kể thời gian phát đề*

Mã đề thi 122

Họ và tên thí sinh:.. SBD:.....................

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$ là

A. $y' = \pi^x \ln \pi$. **B.** $y' = x\pi^{x-1} \ln \pi$. **C.** $y' = \dfrac{\pi^x}{\ln \pi}$. **D.** $y' = x\pi^{x-1}$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(2-x)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên □ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Khi đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 5. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B, chiều cao h. Thể tích khối lăng trụ đó bằng

A. $\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\dfrac{1}{2}Bh$. **D.** $3Bh$.

Câu 6. Cho $F(x) = \int (e^x - 1)dx$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $F(x) = e^x + C$. **B.** $F(x) = e^x + x + C$.

C. $F(x) = e^x - x + C$. **D.** $F(x) = -e^x + x + C$

Câu 7. Số các tổ hợp chập k, $(k \in □)$ của một tập hợp có n phần tử $(n \in □^*, 0 \le k \le n)$ là :

A. $C_n^k = \dfrac{n!}{k!}$ **B.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k(n-k)!}$. **D.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

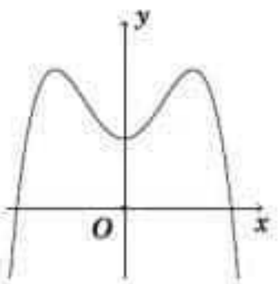
Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x^3$ trên đoạn $[1;2]$ bằng

A. 9. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -7.

Câu 9. Tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^{-2023}$ là

A. $D = ¡ \setminus \{1\}$. **B.** $D = (-\infty;1)$. **C.** $D = ¡$. **D.** $D = (1;+\infty)$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$.

B. $y=-x^3+3x+1$.

C. $y=x^4-2x^2+1$.

D. $y=x^2-3x+1$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=3x^2+1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{x^3}{3}+x+C$. **B.** $\int f(x)dx=x^3+x+C$.

C. $\int f(x)dx=x^3+C$. **D.** $\int f(x)dx=x^3-x+C$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=9$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=3$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1)\ge 1$ là

A. $(11;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[11;+\infty)$. **D.** $(-\infty;11]$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\overrightarrow{OA}=-\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$. Khi đó điểm A có toạ độ là

A. $(1;-1;-2)$. **B.** $(-1;1;-2)$. **C.** $(-1;1;2)$. **D.** $(1;-1;2)$.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và $u_2=1$. Tìm công sai d.

A. $d=-1$. **B.** $d=3$. **C.** $d=2$. **D.** $d=-3$.

Câu 16. Cho $F(x)=\int \sin\frac{x}{2}dx$. Biết $F(\pi)=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F(0)\in(2;3)$. **B.** $F(0)\in(-4;-2)$. **C.** $F(0)\in(0;1)$. **D.** $F(0)\in(-2;0)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại C có $AB=2a, BC=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. a^3 **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ **C.** $\sqrt{3}a^3$ **D.** $\frac{1}{2}a^3$

Câu 18. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

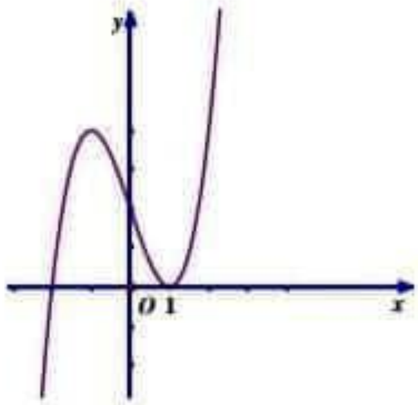
A. Hình chóp có đáy là hình thoi luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình lăng trụ đứng luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình thang cân luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình lăng trụ có đáy là hình chữ nhật luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 19. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong ở hình bên dưới. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 20. Cho khối chóp tứ giác có đáy là hình vuông và có thể tích V. Nếu tăng độ dài chiều cao của khối chóp đã cho lên gấp ba và giữ nguyên cạnh đáy của nó thì ta được khối chóp mới có thể tích bằng

A. V.
B. $9V$.
C. $3V$.
D. $\frac{V}{3}$.

Câu 21. Cho các số thực a, b. Biểu thức $A = \log_2 2^a + \log_2 2^b$ có giá trị bằng

A. $a+b$.
B. ab.
C. $-ab$.
D. $-a-b$.

Câu 22. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(x+6) < 2 - 2\log_4 x$ bằng

A. 2.
B. Vô số.
C. 1.
D. 0.

Câu 23. Cho khối trụ có chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích $V = 27\pi$. Tính chiều cao h của khối trụ đó.

A. $h = 3$.
B. $h = 3\sqrt[3]{2}$.
C. $h = 3\sqrt{3}$.
D. $h = 3\sqrt[3]{3}$.

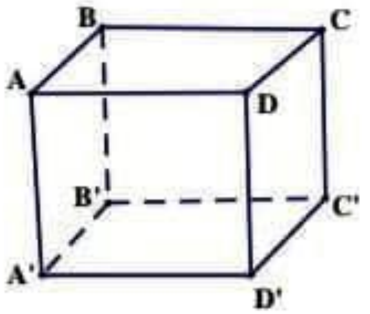
Câu 24. Hình chóp $S.ABCD$ có diện tích đáy $ABCD$ bằng a^2 và độ dài đường cao bằng $6a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$.
B. a^3.
C. $3a^3$.
D. $2a^3$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;-2;4)$, $B(2;1;2)$ và có tâm thuộc trục Oz. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $R = 6$.
B. $R = \sqrt{3}$.
C. $R = \sqrt{6}$.
D. $R = 3$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



A. a.
B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.
C. $\sqrt{2}a$.
D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $6a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $12\pi a^2$
B. $8\pi a^2$
C. $6\pi a^2$
D. $2\pi a^2$

Câu 28. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

Trong một khối đa diện

A. mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.
B. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.
C. mỗi cạnh là cạnh chung của đúng 2 mặt.
D. hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.

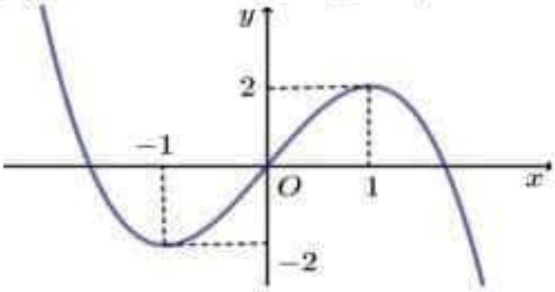
Câu 29. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x}$ là

A. 2.
B. 0.
C. 3.
D. 1.

Câu 30. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \ln\frac{x}{e^x}$ là

A. $y' = \frac{x}{1+x}$.
B. $y' = \frac{1-x}{x}$.
C. $y' = \frac{1+x}{x}$.
D. $y' = \frac{x}{1-x}$.

Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 32. . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(x^2+x+m\right)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là □ .

A. $m\le\frac{1}{4}$. **B.** $m>\frac{1}{4}$. **C.** $m\ge\frac{1}{4}$. **D.** $m<\frac{1}{4}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=x^3-3x+m$ (m là tham số thực), thỏa mãn $\min\limits_{[0;2]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $7<m<20$. **B.** $m>20$. **C.** $-10<m<6$. **D.** $m<-10$.

Câu 34. Biết tổng các nghiệm của phương trình $\log_2\left(4^x+48\right)=x+4$ bằng $a+b\log_2 3$ với $\left(a;b\in□\right)$. Tính $2a+b$.

A. $2a+b=8$. **B.** $2a+b=5$. **C.** $2a+b=9$. **D.** $2a+b=6$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-1\right)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;+\infty)$ **B.** $(-1;1)$

C. ¡ **D.** $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$

Câu 36. Cho hai hình vuông $ABCD$; $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. M là tâm của hình vuông $ABEF$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng $(MCD),(EFCD)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$ **C.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2\log_2(x-3)+(2m+5)\log_{\sqrt{x-3}}2=2m$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<x_2<5$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2 . **D.** 4 .

Câu 38. Hội chợ Xuân ở thành phố Vinh có một dãy gồm 15 gian hàng lưu niệm liên tiếp nhau. Một doanh nghiệp X bốc thăm chọn ngẫu nhiên 4 gian hàng trong 15 gian hàng trên để trưng bày sản phẩm. Xác suất để trong 4 gian hàng chọn được của doanh nghiệp X có đúng 3 gian hàng kề nhau bằng

A. $\frac{44}{455}$. **B.** $\frac{4}{55}$. **C.** $\frac{22}{455}$. **D.** $\frac{2}{33}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2-m\right|$ đạt số điểm cực trị nhiều nhất?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left[f\left(x\right)+1\right]+2=0$ là

A. 2. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 41. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a, BC=a$. Biết $A'AB=90^0$ và $AA'=a\sqrt{5}, CA'=2a\sqrt{2}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x+2\right)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4+mx^2}.f\left[f\left(x\right)-m\right]=0$ có 5 phần tử bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 43. Cho hai khối cầu có tổng diện tích bằng 80π tiếp xúc ngoài nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) lần lượt tại hai điểm A, B. Tính tổng thể tích của hai khối cầu đó biết $AB=4\sqrt{2}$.

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $96\sqrt{2}\pi$. **C.** 96π. **D.** 192π.

Câu 44. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC có $AB=1$, $AC=2$, $BAC=60^\circ$. Điểm S thay đổi thuộc đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P), (S khác A). Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC. Đường kính MN thay đổi của mặt cầu (T) ngoại tiếp khối đa diện $ABCB_1C_1$ và I là điểm cách tâm mặt cầu (T) một khoảng bằng ba lần bán kính. Tính giá trị nhỏ nhất của $IM+IN$.

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{20}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{10}$.

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua CD' và tạo với mặt phẳng $(A'B'C'D')$ một góc bằng φ với $\tan\varphi=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. Mặt phẳng (α) chia khối lập phương thành hai khối đa diện có thể tích là V_1 và V_2 với $V_1>V_2$. Tính V_1.

A. $V_1=\dfrac{7}{12}a^3$. **B.** $V_1=\dfrac{10}{17}a^3$. **C.** $V_1=\dfrac{7}{24}a^3$. **D.** $V_1=\dfrac{17}{24}a^3$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ thoả mãn $f\left(0\right)=0$, $f\left(x\right)+f'\left(x\right)=1 \ \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị $f\left(\ln 2\right)$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\ln 2}$. **D.** $\ln 2$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-25;0)$ sao cho hàm số

$y = \left(x^4 - 5\right)e^x - mx^2 - \left(m^2 - m\right)x + 2$ luôn đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 5 **B.** 24 **C.** 20 **D.** 19.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;100]$ để bất phương trình $4^{2x-m} - 4.2^{3x-2m} + 4.2^{x-m} < 1$ nghiệm đúng với $\forall x \in (-\infty;4]$?

A. 99. **B.** 92. **C.** 98. **D.** 93.

Câu 49. Cho x và y là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(y - 10^x\right)^{2022} + \left(e^y - x\ln 10\right)^{2022}$ bằng

A. 0 **B.** 2 **C.** $\left(\dfrac{5 - \ln 10}{2}\right)^{2022}$ **D.** $\dfrac{3}{2}$

Câu 50. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(5;-2;0), B(4;5;-2)$ và $C(0;3;2)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox. Đặt $Q = 2\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| + 3\left|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$. Biết giá trị nhỏ nhất của Q có dạng $a\sqrt{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và b là số nguyên tố. Tính $a + b$.

A. 38. **B.** 23. **C.** 43. **D.** 18.

------------- HẾT -------------

Mã đề [122]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	C	B	C	B	C	A	A	B	D	C	C	B	D	D	C	D	C	A	C	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	D	A	B	B	B	C	C	B	C	B	A	B	C	D	C	C	C	D	B	D	B	B	C

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	C	B	C	B	C	A	A	B	D	C	C	B	D	D	C	D	C	A	C	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	D	A	B	B	B	C	C	B	C	B	A	B	C	D	C	C	C	D	B	D	B	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$ là

A. $y'=\pi^x\ln\pi$. **B.** $y'=x\pi^{x-1}\ln\pi$. **C.** $y'=\dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$. **D.** $y'=x\pi^{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=\pi^x\Rightarrow y'=\pi^x\ln\pi$.

Câu 2: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-2}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=+\infty\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(2-x)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Khi đó hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 5: Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $B,$ chiều cao $h.$ Thể tích khối lăng trụ đó bằng

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{2}Bh$. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Cho $F(x)=\int(e^x-1)dx$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $F(x)=e^x+C$. **B.** $F(x)=e^x+x+C$.

C. $F(x)=e^x-x+C$. **D.** $F(x)=-e^x+x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x)=\int(e^x-1)dx=e^x-x+C$.

Câu 7: Số các tổ hợp chập $k,(k\in\mathbb{N})$ của một tập hợp có n phần tử $(n\in\mathbb{N}^*,0\le k\le n)$ là:

A. $C_n^k=\frac{n!}{k!}$. **B.** $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\frac{n!}{k(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1+x^3$ trên đoạn $[1;2]$ bằng

A. 9. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2\ge 0,\forall x\in[1;2]$. Do đó hàm số đồng biến trên $[1;2]$.

Khi đó $\min\limits_{[1;2]} y=y(1)=2$.

Câu 9: Tập xác định D của hàm số $y=(x-1)^{-2023}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=(-\infty;1)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

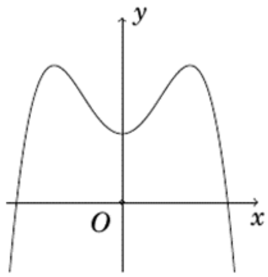
Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x-1\ne 0\Leftrightarrow x\ne 1$.

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^2-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị của hàm số có dạng của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại phương án B và. **D.**

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$, do đó loại phương án. **C.**

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=3x^2+1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3-x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(3x^2+1)\mathrm{d}x=x^3+x+C$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=9$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3^{x-1}=9\Leftrightarrow 3^{x-1}=3^2\Leftrightarrow x-1=2\Leftrightarrow x=3$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1)\ge 1$ là

A. $(11;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[11;+\infty)$. **D.** $(-\infty;11]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(x-1)\ge 1\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\x-1\ge 10\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 11$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\overrightarrow{OA}=-\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$. Khi đó điểm A có toạ độ là

A. $(1;-1;-2)$. **B.** $(-1;1;-2)$. **C.** $(-1;1;2)$. **D.** $(1;-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA}=-\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\Rightarrow\overrightarrow{OA}=(-1;1;2)\Rightarrow A(-1;1;2)$.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và $u_2=1$. Tìm công sai d.

A. $d=-1$. **B.** $d=3$. **C.** $d=2$. **D.** $d=-3$.

Lời giải

Chọn B

Công sai của cấp số cộng đã cho là $d=u_2-u_1=1-(-2)=3$.

Câu 16: Cho $F(x)=\int \sin\frac{x}{2}dx$. Biết $F(\pi)=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F(0)\in(2;3)$. **B.** $F(0)\in(-4;-2)$. **C.** $F(0)\in(0;1)$. **D.** $F(0)\in(-2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x)=\int \sin\frac{x}{2}dx=-2\cos\frac{x}{2}+C$

$F(\pi)=1\Rightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=-2\cos\frac{x}{2}+1$. Suy ra $F(0)=-1\in(-2;0)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại C có $AB=2a$, $BC=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. a^3. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{1}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D

$AC=\sqrt{3}a$

Ta có $\begin{cases} S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2} \\ SA=a\sqrt{3} \end{cases}\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}=\frac{a^3}{2}$..

Câu 18: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

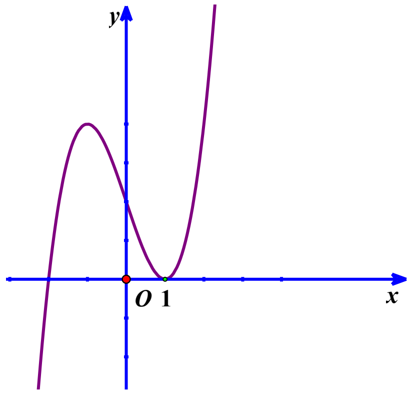
A. Hình chóp có đáy là hình thoi luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Hình lăng trụ đứng luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Hình chóp có đáy là hình thang cân luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình lăng trụ có đáy là hình chữ nhật luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải

Chọn C

Hình chóp có đáy là đa giác có đường tròn ngoại tiếp thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 19: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong ở hình bên dưới. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có bảng xét dấu của $y = f'(x)$.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	

Do đó hàm số $y = f(x)$ có 1 cực trị.

Câu 20: Cho khối chóp tứ giác có đáy là hình vuông và có thể tích V. Nếu tăng độ dài chiều cao của khối chóp đã cho lên gấp ba và giữ nguyên cạnh đáy của nó thì ta được khối chóp mới có thể tích bằng

A. V. **B.** $9V$. **C.** $3V$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp mới là $V' = \frac{1}{3}h'.B = \frac{1}{3}3h.B = 3.\frac{1}{3}hB = 3V$.

Câu 21: Cho các số thực a, b. Biểu thức $A = \log_2 2^a + \log_2 2^b$ có giá trị bằng

A. $a+b$. **B.** ab. **C.** $-ab$. **D.** $-a-b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A = \log_2 2^a + \log_2 2^b = a\log_2 2 + b\log_2 2 = a+b$.

Câu 22: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(x+6) < 2 - 2\log_4 x$ bằng

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 0$.

Ta có

$$\log_4(x+6) < 2 - 2\log_4 x \Leftrightarrow \log_4(x+6) < \log_4\frac{16}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow x+6 < \frac{16}{x^2} \Leftrightarrow x^3 + 6x^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -2-2\sqrt{3} \\ -2 < x < -2+2\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

So với điều kiện ta có $0 < x < -2+2\sqrt{3}$.

Suy ra nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là $x = 1$.

Vậy bất phương trình có 1 nghiệm nguyên.

Câu 23: Cho khối trụ có chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích $V = 27\pi$. Tính chiều cao h của khối trụ đó.

A. $h = 3$. **B.** $h = 3\sqrt[3]{2}$. **C.** $h = 3\sqrt{3}$. **D.** $h = 3\sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi h^3 = 27\pi$ suy ra $h = 3$.

Câu 24: Hình chóp $S.ABCD$ có diện tích đáy $ABCD$ bằng a^2 và độ dài đường cao bằng $6a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}.a^2.6a = 2a^3$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;-2;4)$, $B(2;1;2)$ và có tâm thuộc trục Oz. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $R = 6$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = \sqrt{6}$. **D.** $R = 3$.

Lời giải

Chọn C

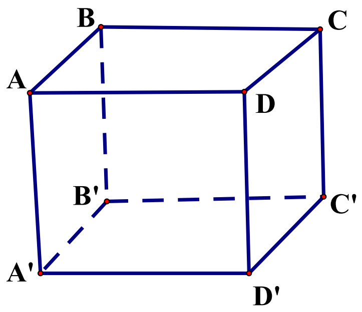
Gọi $I(0;0;z) \in Oz$ là tâm mặt cầu (S).

Mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;-2;4)$, $B(2;1;2)$ nên

$$IA = IB \Leftrightarrow 1^2 + 2^2 + (z-4)^2 = 2^2 + 1^2 + (z-2)^2 \Leftrightarrow z = 3.$$

Bán kính của mặt cầu là $R = IA = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$.

Câu 26: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



A. a. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BDD'B') \Rightarrow d\left(A,(BDD'B')\right) = AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $6a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

$S_{xq} = \pi R.l = \pi.a.6a = 6\pi a^2$.

Câu 28: Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

Trong một khối đa diện

A. mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.

B. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

C. mỗi cạnh là cạnh chung của đúng 2 mặt.

D. hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.

Lời giải

Chọn D

Câu 29: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $D = [-4;+\infty) \setminus \{0\}$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}}{1+\frac{5}{x}} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x} = +\infty; \lim_{x\to 0^+} \frac{1+\sqrt{x+4}}{x^2+5x} = -\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Câu 30: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln\dfrac{x}{e^x}$ là

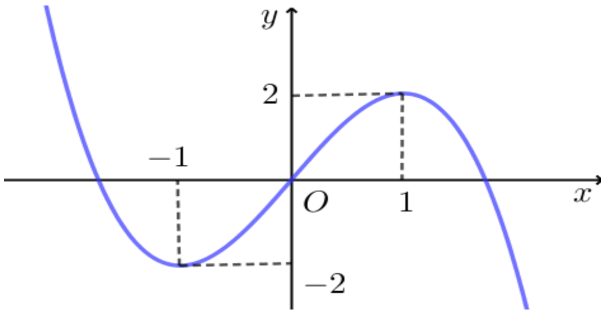
A. $y'=\dfrac{x}{1+x}$. **B.** $y'=\dfrac{1-x}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{1+x}{x}$. **D.** $y'=\dfrac{x}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

$y=\ln\dfrac{x}{e^x}=\ln x-x\Rightarrow y'=\dfrac{1}{x}-1=\dfrac{1-x}{x}$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $f(x)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(x^2+x+m)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\le\dfrac{1}{4}$. **B.** $m>\dfrac{1}{4}$. **C.** $m\ge\dfrac{1}{4}$. **D.** $m<\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Để thoả mãn yêu cầu bài toán thì $x^2+x+m>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta=1-4m<0\Leftrightarrow m>\dfrac{1}{4}$.

Câu 33: Cho hàm số $y=x^3-3x+m$ (m là tham số thực), thỏa mãn $\min\limits_{[0;2]}y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $7<m<20$. **B.** $m>20$. **C.** $-10<m<6$. **D.** $m<-10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-3; y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$, ta có $x=1\in(0;2)$.

Mặt khác: $y(0)=m; y(1)=m-2; y(2)=m+2$.

Khi đó $\min\limits_{[0;2]}y=m-2$. Do $\min\limits_{[0;2]}y=3$ nên $m-2=3\Leftrightarrow m=5$

Vậy $-10<m<6$.

Câu 34: Biết tổng các nghiệm của phương trình $\log_2\left(4^x+48\right)=x+4$ bằng $a+b\log_2 3$ với $\left(a;b\in\mathbb{Z}\right)$. Tính $2a+b$.

A. $2a+b=8$. **B.** $2a+b=5$. **C.** $2a+b=9$. **D.** $2a+b=6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2\left(4^x+48\right)=x+4 \Leftrightarrow 4^x+48=2^{x+4} \Leftrightarrow 2^{2x}-16.2^x+48=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=4\\2^x=12\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=\log_2 12\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=2+\log_2 3\end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm là: $4+\log_2 3 \Rightarrow a=4;b=1 \Rightarrow 2a+b=9$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-1\right)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow x^2-1<0 \Leftrightarrow -1<x<1$.

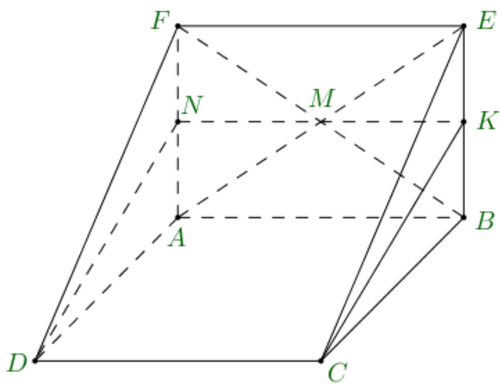
Vậy hàm số nghịch biên trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 36: Cho hai hình vuông $ABCD$, $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. M là tâm của hình vuông $ABEF$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng $(MCD),(EFCD)$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt5}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt5}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi N,K lần lượt là trung điểm của AF,BE. Khi đó (MCD) là $(NKCD)$.

Do $(ABCD)\perp(ABEF)$, $(ABCD)\cap(ABEF)=AB$, $AF\perp AB \Rightarrow AF\perp(ABCD) \Rightarrow AF\perp CD$.

$(MCD)\cap(EFCD)=CD$; $CD\perp(ADF)$; $(ADF)\cap(\mathrm{EFCD})=FD$; $(ADF)\cap(\mathrm{MCD})=ND$.

Suy ra $\alpha=\left(\widehat{(MCD),(EFCD)}\right)=\widehat{NDF}$.

Đặt $AB=a\,(a>0)$. Tam giác NDF có: $NF=\dfrac{a}{2}$, $ND=\dfrac{a\sqrt5}{2}$, $DF=a\sqrt2$.

Suy ra: $cos\alpha = \dfrac{DF^2 + DN^2 - FN^2}{2DN.FD} = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2\log_2(x-3) + (2m+5)\log_{\sqrt{x-3}} 2 = 2m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 5$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$2\log_2(x-3) + (2m+5)\log_{\sqrt{x-3}} 2 = 2m \ (1)$

Điều kiện: $3 < x \neq 4$

$(1) \Leftrightarrow \log_2^2(x-3) - m\log_2(x-3) + (2m+5) = 0 \ (2)$

Đặt $t = \log_2(x-3)$; $x \in (3;5)\setminus\{4\} \Rightarrow t \in (-\infty;1)\setminus\{0\}$.

Thay t vào (2) ta được: $t^2 - mt + (2m+5) = 0 \ (3)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 5$

$\Leftrightarrow (3)$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1, t_2 \in (-\infty;1)\setminus\{0\}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 8m - 20 > 0 \\ 1.f(1) = m + 6 > 0 \\ f(0) = 2m + 5 \neq 0 \\ \dfrac{S}{2} = \dfrac{m}{2} < 1 \end{cases}, \text{ với } f(t) = t^2 - mt + (2m+5)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty;-2) \cup (10;+\infty) \\ m \in (-6;2) \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-6;-2) \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 38: Hội chợ Xuân ở thành phố Vinh có một dãy gồm 15 gian hàng lưu niệm liên tiếp nhau. Một doanh nghiệp X bốc thăm chọn ngẫu nhiên 4 gian hàng trong 15 gian hàng trên để trưng bày sản phẩm. Xác suất để trong 4 gian hàng chọn được của doanh nghiệp X có đúng 3 gian hàng kề nhau bằng

A. $\dfrac{44}{455}$. **B.** $\dfrac{4}{55}$. **C.** $\dfrac{22}{455}$. **D.** $\dfrac{2}{33}$.

Lời giải

Chọn A

✓ Số cách chọn ngẫu nhiên 4 gian hàng trong 15 gian hàng đã cho là: $C_{15}^4 \Rightarrow n(\Omega) = C_{15}^4$.

✓ Gọi A là biến cố: "trong 4 gian hàng chọn được của doanh nghiệp X có đúng 3 gian hàng kề nhau". Ta tính $n(A)$:

- TH1: Ba gian hàng kề nhau ở đầu dãy hoặc cuối dãy: Khi đó, chọn ba gian hàng kề nhau có 2 cách, gian hàng còn lại có 11 cách chọn. Suy ra, có $2.11 = 22$ cách chọn.

- TH2: Ba gian hàng kề nhau, không có gian hàng nào nằm ở đầu dãy hoặc cuối dãy: Khi đó, có 11 cách chọn ba gian hàng kề nhau. Gian hàng thứ tư được chọn phải khác 5 gian hàng(gồm 3 gian hàng kề nhau đã chọn và 2 gian hàng kề ba gian hàng đó), nên có 10 cách chọn gian hàng thứ tư. Suy ra, có $11.10 = 110$ cách chọn.

Vậy $n(A) = 22 + 110 = 132$. Suy ra: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{132}{C_{15}^4} = \dfrac{44}{455}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|x^3 - 3x^2 - m\right|$ đạt số điểm cực trị nhiều nhất?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

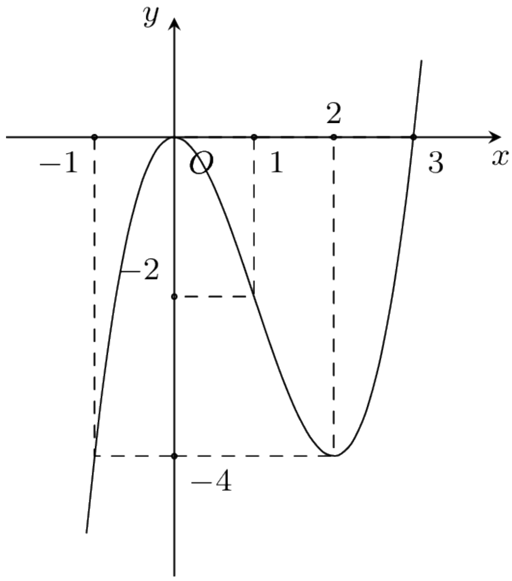
Chọn B

Đặt $f(x) = x^3 - 3x^2 - m$. Do: $SDCT\left\{\left|f(x)\right|\right\} = SDCT\left\{f(x)\right\} + SNBL\left\{f(x)\right\}$

Mà $f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$ nên hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Để hàm số $\left|f(x)\right|$ có nhiều điểm cực trị nhất thì phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Khảo sát hàm số $f(x)$ ta vẽ được được hình ảnh đồ thị hàm số như sau:



Nên phương trình $f(x) = 0$ có nhiều nghiệm bội lẻ nhất khi: $-4 < m < 0$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số có nhiều điểm cực trị nhất.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left[f\left(x\right)+1\right]+2=0$ là

A. 2.. **B.** 6.. **C.** 4.. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f\left[f\left(x\right)+1\right]+2=0\Leftrightarrow f\left[f\left(x\right)+1\right]=-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)+1=3\\ f\left(x\right)+1=a\ \left(a<-1\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2\\ f\left(x\right)=-a-1\end{array}\right.$

$f\left(x\right)=2$ Thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

$f\left(x\right)=-a-1$ với $a<-1$ thì phương trình có 1 nghiệm.

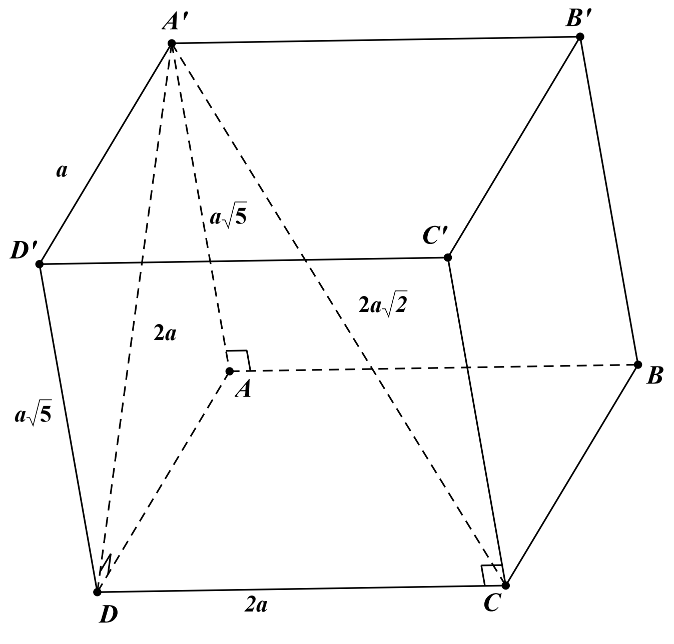
Vậy phương trình: $f\left[f\left(x\right)+1\right]+2=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 41: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a, BC=a$. Biết $\widehat{A'AB}=90^0$ và $AA'=a\sqrt{5}, CA'=2a\sqrt{2}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn D



$\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CC'}\Rightarrow\overrightarrow{CA'}^2=\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CC'}\right)^2\Leftrightarrow 8a^2=4a^2+a^2+5a^2+2.a.a\sqrt{5}\cos C'CB$

Suy ra $\cos C'CB=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\cos D'DA\Rightarrow\cos A'AD=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Gọi H là hình chiếu của A' trên AD. Có $\cos A'AD=\dfrac{AH}{AA'}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\Rightarrow AH=a$ nên $H\equiv D$.

Suy ra $AD'=2a$; $S_{ADD'A'}=A'D.DA=2a^2$.

Có $CD\perp DA$; $CD\perp DD'\Rightarrow CD\perp\left(ADD'A'\right)\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=CD.S_{ADD'A'}=4a^3$.

Câu 42: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x+2\right)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$g'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g\left(x\right)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4+mx^2}.f\left[f\left(x\right)-m\right]=0$ có 5 phần tử bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Từ gt tìm được $f\left(x\right)=-x^3+3x^2-2$ có BBT

x	$-\infty$	$1-\sqrt{3}$		0		1		2		$1+\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$		0		$+$		0		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		-2		$\nearrow$		2		$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $\sqrt{4+mx^2}.f\left(f\left(x\right)-m\right)=0$ (*), Đk: $4+mx^2\geq 0$

$$(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}4+mx^2=0 & (1)\\ \begin{cases}4+mx^2>0\\ f\left(f\left(x\right)-m\right)=0\end{cases} & (2)\end{array}\right.$$

TH1:

$$m=0\Rightarrow(1)\ VN$$

$$(2)\Leftrightarrow\begin{cases}4>0\\ \left[\begin{array}{l}f(x)-m=1-\sqrt{3}\\ f(x)-m=1\\ f(x)-m=1+\sqrt{3}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=1-\sqrt{3}\rightarrow 3\,ngh\\ f(x)=1\rightarrow 3\,ngh\\ f(x)=1+\sqrt{3}\rightarrow 1\,ngh\end{array}\right.$$

TH2:

$$m > 0 \Rightarrow (1)\ VN$$

$$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} f(x) = 1 - \sqrt{3} + m\ (3) \\ f(x) = 1 + m\ (4) \\ f(x) = 1 + \sqrt{3} + m > 2 \to 1ngh \end{array}\right.$$

Yêu cầu bài toán

$$\begin{cases} 1 + m > 2 \\ -2 < 1 - \sqrt{3} + m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -3 + \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow 1 < m < 1 + \sqrt{3} \Rightarrow m = 2$

TH3: $m < 0;\ (1) \Leftrightarrow x^2 = \frac{-4}{m} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{4}{m}}$

$$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} f(x) = 1 - \sqrt{3} + m\ (3) \\ f(x) = 1 + m\ (4) \\ f(x) = 1 + \sqrt{3} + m\ (5) \end{array}\right.$$

Đk : $4 + mx^2 > 0 \Leftrightarrow x^2 > \dfrac{-4}{m} \Leftrightarrow x \in \left(\dfrac{-2}{\sqrt{-m}}; \dfrac{2}{\sqrt{-m}}\right)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (2) có đúng 3 nghiệm phân biệt $\in \left(\dfrac{-2}{\sqrt{-m}}; \dfrac{2}{\sqrt{-m}}\right)(**)$

Nếu $1 + m + \sqrt{3} \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 1 - \sqrt{3}; m < 0$ không có số nguyên nào thỏa mãn$\Rightarrow 1 + m + \sqrt{3} < 2$

Nếu $1 + m + \sqrt{3} \leq -2 \Rightarrow$ (3), (4), (5), mỗi pt 1 nghiệm và nghiệm > 3(không thỏa mãn)

Nên $1 + m + \sqrt{3} \in (-2; 2)$ $\Leftrightarrow -3 - \sqrt{3} < m < 1 - \sqrt{3}$, có các giá trị m nguyên là $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$

+) $m = -4 \Rightarrow (3) \Leftrightarrow f(x) = -3 - \sqrt{3}$ có 1 nghiệm >3(không tm)

$$(4) \Leftrightarrow f(x) = -3 \to 1ngh > 3(KTM)$$

$(5) \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{3} - 3$ có 3 nghiệm pb trong đó có 1 nghiệm >2(KTM)

+) $m = -3$

$$(3) \Leftrightarrow f(x) = -2 - \sqrt{3} \to 1ngh > 3)KTM)$$

$$(4) \Leftrightarrow f(x) = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0(tm **) \\ x = 3(ktm **) \end{array}\right.$$

$$(5) \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{3} - 2 \to \left[\begin{array}{c} x = a \in (1 - \sqrt{3}; 0)(tm **) \\ x = b \in (0; 1)(tm **) \\ x = c > 1 + \sqrt{3}(ktm **) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow m = -3(tm)$$

+) $m = -2$

$$(3) \Leftrightarrow f(x) = -1-\sqrt{3} \rightarrow 1ngh > 3)KTM)$$
$$(4) \Leftrightarrow f(x) = -1 \rightarrow 3ngh(\,trong\text{ đó } 2\,ngh\,thỏa\,**)$$
$$(5) \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{3}-1 \rightarrow 3ngh(\,trong\text{ đó } 2\,ngh\,thỏa\,**)$$
$$\Rightarrow m = -2(Loại)$$

+) $m=-1$

$$(3) \Leftrightarrow f(x) = -\sqrt{3} \rightarrow 3ngh(\,trong\text{ đó } 2\,ngh\,thỏa\,**)$$
$$(4) \Leftrightarrow f(x) = 0 \rightarrow 3ngh(\,trong\text{ đó } 2\,ngh\,thỏa\,**)$$
$$(5) \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{3} \rightarrow 3ngh$$
$$\Rightarrow m = -1(Loại)$$

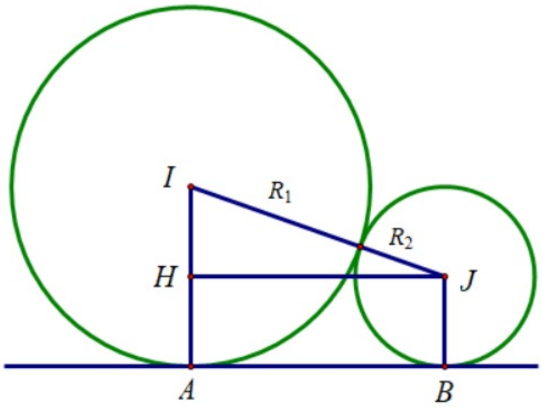
Vậy $m=2$ hoặc $m=-3$, nên tổng các giá trị của m bằng -1, chọn đáp án C.

Câu 43: Cho hai khối cầu có tổng diện tích bằng 80π tiếp xúc ngoài nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) lần lượt tại hai điểm A, B. Tính tổng thể tích của hai khối cầu đó biết $AB=4\sqrt{2}$.

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $96\sqrt{2}\pi$. **C.** 96π. **D.** 192π.

Lời giải

Chọn C



Gọi R_1, R_2 là bán kính $(R_1 > R_2)$; I, J là tâm của các mặt cầu (như hình vẽ).

Gọi H là hình chiếu của J lên IA.

Theo bài ra, ta có hệ:

$$\begin{cases}(R_1+R_2)^2 = IH^2+HJ^2\\ 4\pi\left(R_1^2+R_2^2\right)=80\pi\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(R_1+R_2)^2=(R_1-R_2)^2+AB^2\\ R_1^2+R_2^2=20\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}R_1.R_2=8\\ R_1+R_2=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}R_1=4\\ R_2=2\end{cases}$$

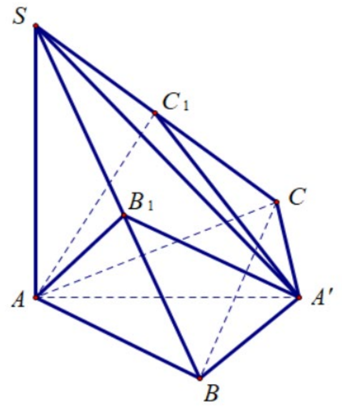
Vậy $V=\frac{4}{3}\pi\left(R_1^3+R_2^3\right)=\frac{4}{3}\pi.72=96\pi$.

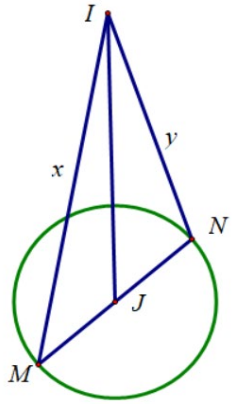
Câu 44: Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC có $AB=1$, $AC=2$, $\widehat{BAC}=60^\circ$. Điểm S thay đổi thuộc đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P), (S khác A). Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC. Đường kính MN thay đổi của mặt cầu (T) ngoại tiếp khối đa diện $ABCB_1C_1$ và I là điểm cách tâm mặt cầu (T) một khoảng bằng ba lần bán kính. Tính giá trị nhỏ nhất của $IM+IN$.

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{20}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C





Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 3 \Rightarrow BC = \sqrt{3}$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC: $R = \dfrac{BC}{2\sin A} = 1$.

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, A' là điểm đối xứng của A qua J.

Ta dễ dàng chứng minh được: $AC \perp A'C, AB \perp A'B, AB_1 \perp A'B_1, AC_1 \perp A'C_1 \Rightarrow A, B, C, A_1, B_1$ đều thuộc mặt cầu tâm J, đường kính $AA' = 2R = 2 = MN$.

Đặt $IM = x, IN = y; x, y \in [2;4]$.

+ Nếu I, J, M, N thẳng hàng thì $\left[\begin{array}{l} x = 2, y = 4 \\ x = 4, y = 2 \end{array}\right. \Rightarrow x^2 + y^2 = 20$.

+ Nếu I, J, M, N không thẳng hàng thì

$$IJ^2 = \frac{x^2 + y^2}{2} - \frac{MN^2}{4} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2\left(IJ^2 + \frac{MN^2}{4}\right) = 2(9+1) = 20.$$

Vậy, ta luôn có: $x^2 + y^2 = 20$.

Do $x, y \in [2;4] \Rightarrow (x-2)(y-2) \ge 0 \Leftrightarrow xy \ge 2(x+y) - 4$.

$$x^2 + y^2 = 20 \Leftrightarrow (x+y)^2 - 20 = 2xy \ge 4(x+y) - 8 \Rightarrow (x+y)^2 - 4(x+y) - 12 \ge 0 \Leftrightarrow x + y \ge 6.$$

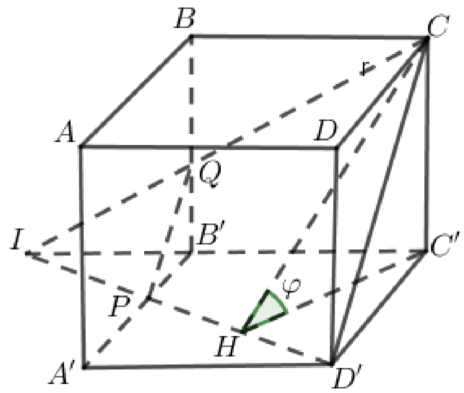
Vậy $\min(x+y) = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 4 \\ y = 2 \Rightarrow x = 4 \end{array}\right.$.

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua CD' và tạo với mặt phẳng $(A'B'C'D')$ một góc φ với $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$. Mặt phẳng (α) chia khối lập phương thành hai khối đa diện có thể tích là V_1, V_2 với $V_1 > V_2$. Tính V_1.

A. $V_1 = \dfrac{7}{12}a^3$. **B.** $V_1 = \dfrac{10}{17}a^3$. **C.** $V_1 = \dfrac{7}{24}a^3$. **D.** $V_1 = \dfrac{17}{24}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng (α) là mặt phẳng đi qua CD' và cắt $C'B'$ tại I$\Rightarrow (A'B'C'D')\cap(\alpha)=D'I$.

Kẻ $C'H\perp DI\Rightarrow DI\perp CH\Rightarrow \varphi=\widehat{CHC'}$.

Ta có $\Delta CC'H$ vuông tại $C'\Rightarrow C'H=C'C.\cot\varphi=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Ta có $\Delta C'D'I$ vuông tại $\dfrac{1}{C'H^2}=\dfrac{1}{C'D'^2}+\dfrac{1}{C'I^2}\Rightarrow C'I^2=4a^2\Rightarrow C'I=2a$.

Ta thấy với $C'I=2a$ thì $CI\cap B'B=Q$ nên Q là trung điểm BB'.

$D'I\cap A'B'=P$ nên P là trung điểm $A'B'$.

Ta có:

$$V_{I.CC'D'}=V_{I.B'PQ}+V_{CD'C'.QPB'}\Rightarrow V_{CD'C'.QPB'}=V_{I.CC'D'}-V_{I.B'PQ}=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}a.a-\frac{1}{3}.a.\frac{1}{2}a.a=\frac{7a^3}{24}=V_2$$

Vì $V_{ABCD.A'B'C'D'}=V_1+V_2=V_1+V_{CD'C'.QPB'}\Rightarrow V_1=V_{ABCD.A'B'C'D'}-V_{CD'C'.QPB'}=a^3-\dfrac{7a^3}{24}=\dfrac{17a^3}{24}$.

Vậy $V_1=\dfrac{17a^3}{24}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(0)=0, f(x)+f'(x)=1, \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(\ln 2)$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\ln 2}$. **D.** $\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)+f'(x)=1\Leftrightarrow e^x.f(x)+e^x.f'(x)=e^x\Leftrightarrow \left(e^x.f(x)\right)'=e^x$.

Lấy tích phân hai vế cận chạy từ $0\to\ln 2$ ta được:

$$\int_0^{\ln 2}\left(e^x.f(x)\right)'\mathrm{d}x=\int_0^{\ln 2}e^x\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow 2f(\ln 2)-f(0)=1\Rightarrow f(\ln 2)=\frac{1}{2}.$$

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-25;0)$ sao cho hàm số $y=\left(x^4-5\right)e^x-mx^2-\left(m^2-m\right)x+2$ luôn đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 5. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 19.

Lời giải

Chọn D

$y'=\left(x^4+4x^3-5\right)e^x-2mx-\left(m^2-m\right)$.

Đặt $h(x)=\left(x^4+4x^3-5\right)e^x$

$h'(x)=\left(x^4+8x^3+12x^2-5\right)e^x>0, \forall x>2$ vì $x^4-5>0, \forall x>2$.

$h'(x)=\left(x^4+8x^3+12x^2-5\right)e^x>0, \forall x>2 \Rightarrow h(x)>h(2)=43e^2$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ điều kiện là $y'\geq 0, \forall x>2$.

$\Leftrightarrow \left(x^4+4x^3-5\right)e^x \geq 2mx+\left(m^2-m\right)(1), \forall x>2$

Đặt $g(x)=2mx+\left(m^2-m\right) \Rightarrow g'(x)=2m<0, \forall x>2$. Do $m\in(-25;0)$.

$\Rightarrow g(x)<g(2), \forall x>2 \Leftrightarrow g(x)<m^2+3m, \forall x>2$.

Để (1) nghiệm đúng với $\forall x>2 \Rightarrow 43e^2>m^2+3m \Leftrightarrow m^2+3m-43e^2<0$
$\Leftrightarrow -19,39<m<16,39$.

Do $\Leftrightarrow \begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in(-25;0) \\ -19,39<m<16,39 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m\in\{-19,-18,-17,-16,-15,-14,-13,-12,-11,-10,-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1\}$.

Vậy có 19 giá trị của m.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;100]$ để bất phương trình $4^{2x-m}-4.2^{3x-2m}+4.2^{x-m}<1$ nghiệm đúng với $\forall x\in(-\infty;4]$?

A. 99. **B.** 92. **C.** 98. **D.** 93.

Lời giải

Chọn B

$4^{2x-m}-4.2^{3x-2m}+4.2^{x-m}<1 \Leftrightarrow 2^{4x}-4.2^{3x}+4.2^x.2^m<2^{2m}$

$$\Leftrightarrow \left(2^m-2^{2x}\right)\left(2^m+2^{2x}-4.2^x\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^m>2^{2x} \\ 2^m>4.2^x-2^{2x} \end{cases} (1) \\ \begin{cases} 2^m<2^{2x} \\ 2^m<4.2^x-2^{2x} \end{cases} (2) \end{array}\right.$$

$\forall x\in(-\infty;4] \Rightarrow \begin{cases} 0<2^{2x}\leq 2^8 \\ -192\leq 4.2^x-2^{2x}\leq 2^2 \end{cases}$.

+ Giải $\begin{cases} 2^m>2^{2x} \\ 2^m>4.2^x-2^{2x} \end{cases} (1)$

Để (1) nghiệm đúng với $\forall x\in(-\infty;4] \Leftrightarrow \begin{cases} 2^m>2^8 \\ 2^m>2^2 \end{cases} \Leftrightarrow m>8$. Do m nguyên thuộc đoạn $[0;100]$ nên có $100-8=92$ giá trị của m.

+ Giải $\begin{cases} 2^m<2^{2x} \\ 2^m<4.2^x-2^{2x} \end{cases} (2)$

Để (1) nghiệm đúng với $\forall x\in(-\infty;4] \Leftrightarrow \begin{cases} 2^m\leq 0 \\ 2^m<-192 \end{cases}$ không có giá trị nào của m thỏa mãn.

Vậy có 92 giá trị của m.

Câu 49: Cho x và y là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(y-10^x\right)^{2022}+\left(e^y-x\ln 10\right)^{2022}$. bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $\left(\dfrac{5-\ln 10}{2}\right)^{2022}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\left(y-10^x\right)^{2022}+\left(e^y-x\ln 10\right)^{2022}=\left(y-e^{x\ln 10}\right)^{2022}+\left(e^y-x\ln 10\right)^{2022}$

Đặt $t=x\ln 10$, khi đó $P=\left(y-e^t\right)^{2022}+\left(e^y-t\right)^{2022}=\left(t-e^y\right)^{2022}+\left(e^t-y\right)^{2022}$

Với $y>t$, $P=\left(y-e^t\right)^{2022}+\left(e^y-t\right)^{2022}>\left(t-e^t\right)^{2022}+\left(e^t-t\right)^{2022}=2\left(e^t-t\right)^{2022}$

Với $y<t$, $P=\left(y-e^t\right)^{2022}+\left(e^y-t\right)^{2022}>\left(y-e^y\right)^{2022}+\left(e^y-y\right)^{2022}=2\left(e^y-y\right)^{2022}$

Với $y=t$, ta có $P=2\left(e^t-t\right)^{2022}$

Xét hàm số $f(t)=e^t-t$, ta có $f'(t)=e^t-1=0 \Leftrightarrow t=0$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy được $f(t)=e^t-t\ge 1 \Rightarrow P=2\left(e^t-t\right)^{2022}\ge 2$.

Đẳng thức xảy ra khi $y=t=0$ hay $x=y=0$.

Câu 50: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(5;-2;0), B(4;5;-2)$ và $C(0;3;2)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox. Đặt $Q=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$. Biết giá trị nhỏ nhất của Q có dạng $a\sqrt{b}$ trong đó $a,b\in\mathbb{N}$ và b là số nguyên tố. Tính $a+b$.

A. 38. **B.** 23. **C.** 43. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có $Q=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=2\left|3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right|+3\left|2\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right|$

Với $G(3;2;0)$ là trọng tâm của tam giác ABC và $I(2;4;0)$ là trung điểm BC, ta có:

$Q=2\left|3\overrightarrow{MG}\right|+3\left|2\overrightarrow{MI}\right|=6(MG+MI)$, Do G và I nằm cùng phía so với Ox nên gọi $G'(3;-2;0)$ là điểm đối xứng của G qua Ox.

Khi đó $Q = 2\left|3\overline{MG}\right| + 3\left|2\overline{MI}\right| = 6\left(MG + MI\right) = 6\left(MG' + MI\right) \geq 6G'I = 6\sqrt{37}$.

Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của $G'I$ và Ox.

---------- **HẾT** ----------