

Họ, tên thí sinh :

MÃ ĐỀ : 001

Số báo danh :

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 5z - 1 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(1; 2; -5)$. B. $(2; 1; 1)$. C. $(1; 2; 1)$. D. $(4; 1; 1)$.

Câu 2: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $3\log_2 a = \log_4(a^2 b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 = b$. B. $a = b^2$. C. $a^4 = b$. D. $a = b^4$.

Câu 3:

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1	↘ 0	↗ $+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(2; 3)$.

Câu 4: Cho khối hộp chữ nhật có chiều dài bằng 4, chiều rộng bằng 3, chiều cao bằng 2. Thể tích khối hộp đã cho bằng

- A. 24. B. 9. C. 14. D. 20.

Câu 5:

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ 1	↗ 2	↘ $-\infty$		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. -1.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

- A. -6. B. -3. C. 2. D. -7.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Tính u_2 của cấp số nhân đã cho bằng

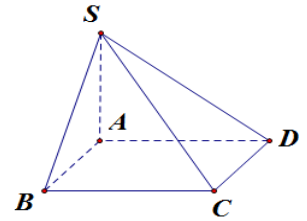
- A. -6. B. $-\frac{2}{3}$. C. -1. D. 6.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 3)^2 + (z + 3)^2 = 25$. Tọa độ tâm của mặt cầu đã cho là

- A. $(0; -3; -3)$. B. $(0; -3; 3)$. C. $(0; 3; 3)$. D. $(0; 3; -3)$.

Câu 9:

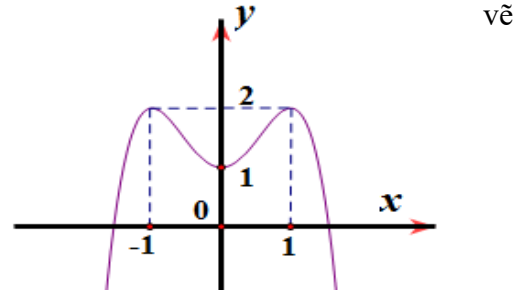
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = BD = \sqrt{3}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 10:

Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong hình bên?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(1; -2; -3)$. B. $(1; 4; -3)$. C. $(3; 2; 0)$. D. $(4; 2; 0)$

Câu 12: Nghiệm phương trình $\log_5(x-1) = 2$ là

- A. $x = 11$. B. $x = 6$. C. $x = 26$. D. $x = 2$.

Câu 13: Nếu chọn ra 1 nam và 1 nữ làm trực nhật từ một tổ gồm 4 nam và 6 nữ thì có bao nhiêu cách?

- A. 24. B. 2. C. 10. D. 1.

Câu 14: Mô đun của số phức $3i + 1$ bằng :

- A. 2. B. 4. C. 10. D. $\sqrt{10}$.

Câu 15: Biết $\int_0^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^4 f(x) dx = -5$, khi đó $\int_0^4 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. -10. C. -3. D. -7.

Câu 16:

Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 17: Cho a là số thực dương tùy ý, tính $\log_5(5a)$ bằng :

- A. $5 + a$. B. $5 + \log_5 a$. C. $1 + a$. D. $1 + \log_5 a$.

Câu 18: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r là

- A. $\frac{1}{3} \pi r l$. B. $3 \pi r l$. C. $2 \pi r l$. D. $\pi r l$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -1)$ trên mặt phẳng Oxz có tọa độ là

- A. (1;2;0). B. (0;2;-1). C. (1;0;-1). D. (0;-2;0).

Câu 20: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\sin x + 4x$ là :

- A. $-\cos x + 4x^2 + C$. B. $\cos x + 2x^2 + C$.
 C. $-\cos x + 2x^2 + C$. D. $\cos x + 4$.

Câu 21: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

- A. $2x + \frac{1}{(x-1)^2} + C$. B. $2x + \ln(x+1) + C$.
 C. $2x + 3\ln(x+1) + C$. D. $2x - \frac{1}{(x+1)^2} + C$.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (2-i)^2$ có tọa độ là

- A. $M(-4;3)$. B. $Q(3;-4)$. C. $N(4;-3)$. D. $P(-3;4)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3;1;-2)$ và $\vec{b} = (-2;0;-3)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$ bằng

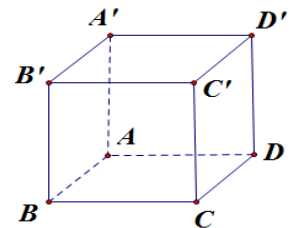
- A. 29. B. 26. C. 25. D. 28.

Câu 24: Cắt khối cầu tâm I bởi mặt phẳng qua I , thiết diện thu được là hình tròn có diện tích bằng 9π . Thể tích khối cầu đã cho bằng

- A. 12π . B. 36π . C. 18π . D. 27π .

Câu 25:

Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $BC = a, BD = 2BC$ và $AA' = 2\sqrt{3}a$. Diện tích toàn phần của lăng trụ đã cho bằng



- A. $16a^2\sqrt{3}$. B. $14a^2(1+\sqrt{3})$. C. $6a^2(2+\sqrt{3})$. D. $24a^2$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;3;-1)$ và $N(3;5;1)$?

- A. $\vec{u}_4 = (1;1;1)$. B. $\vec{u}_1 = (1;1;-1)$.
 C. $\vec{u}_2 = (4;8;0)$. D. $\vec{u}_3 = (2;4;0)$.

Câu 27: Gọi $y = y_0$ và $x = x_0$ là các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = \frac{2x^2 + 5x + 2}{(x+2)^2}$, khi đó tổng $x_0 + y_0$ bằng

- A. 0. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. -4.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $6^{2x+1} \geq 6^{x^2-3x+7}$ là

- A. $[1;6]$. B. $[2;3]$. C. $[1;5]$. D. $(-\infty;1] \cup [6;+\infty)$.

Câu 29:

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 0.

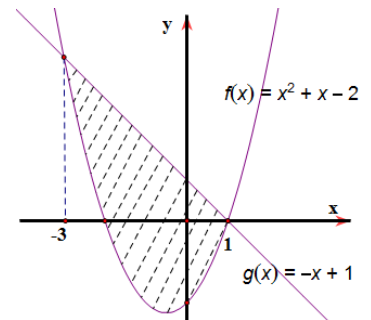
B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 30:

Diện tích S của phần gạch sọc trong hình được tính bằng



A. $\int_{-3}^1 |-x^2 - 2x - 3| dx.$

B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx.$

C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx.$

D. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx.$

Câu 31: Cho hai số phức $z_1 = -3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1} + z_2$ bằng

A. -3 .B. $3i$.C. $-3i$.D. -2 .

Câu 32: Biết rằng vi khuẩn E. coli là vi khuẩn gây tiêu chảy đường ruột, gây đau bụng dữ dội, ngoài ra cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi, nghĩa là số lượng tính theo công thức $S = S_0 \cdot 2^n$, S_0 là số lượng ban đầu, n là số lần nhân đôi. Ban đầu chỉ có 40 con vi khuẩn nói trên trong đường ruột, hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 671088640 con?

A. 24 giờ.

B. 8 giờ.

C. 12 giờ.

D. 48 giờ.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;-1)$ và song song với mặt phẳng (Q): $2x + 3y + z - 9 = 0$ có phương trình là

A. $x + y - 2z = 0.$

B. $2x + 3y + z - 4 = 0.$

C. $2x - y + z = 0.$

D. $2x + 3y + z + 3 = 0.$

Câu 34: Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 5$. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số.

A. $y_{CT} = 3.$

B. $y_{CT} = 1.$

C. $y_{CT} = 0.$

D. $y_{CT} = 5.$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(0;2;0)$ và đi qua $M(2;0;0)$ là:

A. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{2}.$

B. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 8.$

C. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 8.$

D. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2\sqrt{2}.$

Câu 36: Cho phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} - (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 8m - 16 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm trên đoạn $[0;1]$.

A. $\left[0; \frac{3}{2}\right].$

B. $\left[1; \frac{5}{2}\right].$

C. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right).$

D. $\left[1; \frac{5}{2}\right].$

Câu 37: Cho hình trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục, cách trục một khoảng $\sqrt{5}$, thiết diện thu được là hình vuông. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

- A. $8\pi\sqrt{10}$. B. $4\pi\sqrt{10}$. C. $10\pi\sqrt{5}$. D. $20\pi\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$, biết $f(1) = 1$, $f'(x) = \frac{2x}{3x+1-\sqrt{3x+1}}$, $x > 0$. Khi đó $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

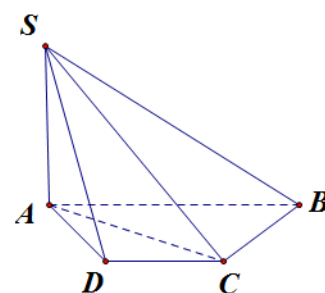
- A. $\frac{128}{9}$. B. $\frac{184}{9}$. C. $\frac{440}{27}$. D. $\frac{916}{9}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$. Biết $\ln 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

- A. $\frac{1}{x} - \ln 2x + C$. B. $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \ln 2x + C$. C. $\frac{2}{x} + \ln 2x + C$. D. $\frac{1}{2x} - \ln 2x + C$.

Câu 40:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cạnh $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng



- A. $\frac{3a}{2}$. B. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$. C. $\frac{3a\sqrt{10}}{20}$. D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 41: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6}\right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 42: Gọi S là tập giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x^2 - 4x + m|$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng 6. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 6. B. -10. C. 4. D. -4.

Câu 43: Trong một đợt phong trào "Thanh niên tình nguyện" có 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, và 3 học sinh khối 10, được chia làm nhiệm vụ ở 4 thôn khác nhau M, N, P, Q (Mỗi thôn 3 học sinh). Tính xác suất để thôn nào cũng có học sinh khối 12 và học sinh khối 11.

- A. $\frac{36}{385}$. B. $\frac{144}{385}$. C. $\frac{72}{385}$. D. $\frac{18}{385}$.

Câu 44:

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		-1		-2		$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $4f(\cos 2x) + 5 = 0$ là

- A. 12. B. 9. C. 6. D. 10.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-6; 6)$ để hàm số đã cho nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

A. 3.

B. 2.

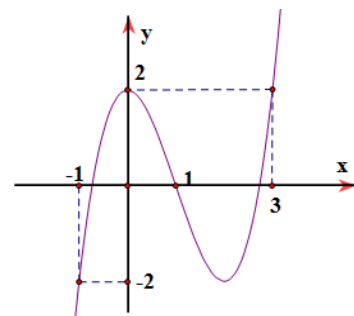
C. 4.

D. 5.

Câu 46:

Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình bên.

Hàm số $g(x) = f(2-x) - \frac{1}{2}x^2 + x$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?



A. $(-3; 1)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(2x-2002) + x = y + 1002 + 2^y$ và $1002 \leq x \leq 2022$?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 18.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} sao cho $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^8 + 2x^5 - 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó tích

phân $\int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{579}{175}$.

B. $-\frac{17}{10}$.

C. $-\frac{13}{6}$.

D. $-\frac{579}{175}$.

Câu 49: Cho tam giác ABC có $BC = a, \widehat{BAC} = 135^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A lấy điểm S thỏa mãn $SA = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC lần lượt là M, N . Số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng

A. 45° .

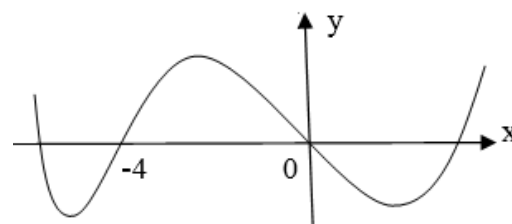
B. 60° .

C. 75° .

D. 30° .

Câu 50:

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2)$ là



A. 5.

B. 9.

C. 7.

D. 3.

----- HẾT -----

PHẦN ĐÁP ÁN

Mã đề Câu	001	002	003	004
1	D	B	D	D
2	C	D	A	C
3	D	D	A	D
4	A	A	B	D
5	B	B	D	C
6	D	D	A	A
7	A	B	B	C
8	D	D	D	B
9	A	C	B	B
10	D	A	C	A
11	C	A	D	B
12	C	C	C	D
13	A	A	C	B
14	D	D	A	C
15	C	A	D	B
16	B	A	D	C
17	D	A	C	A
18	C	C	B	B
19	C	D	A	B
20	B	D	C	D
21	B	D	A	B
22	B	D	B	A
23	D	B	C	A
24	B	B	B	C
25	C	D	C	C
26	A	B	B	A
27	A	D	D	B
28	B	A	C	D
29	D	D	D	D
30	D	C	A	B
31	A	A	A	D
32	B	D	A	B
33	B	C	A	A
34	A	B	D	A
35	B	B	C	C
36	D	D	C	C
37	D	B	B	A
38	D	A	D	D
39	A	C	A	A
40	B	C	D	C
41	C	C	D	D
42	C	B	D	C
43	C	B	C	D
44	C	C	C	D
45	A	A	D	D
46	B	C	B	D
47	A	A	B	C
48	D	B	A	A
49	A	C	B	A
50	C	C	B	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG

Câu 36. Trong một đợt phong trào "Thanh niên tình nguyện" có 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, và 3 học sinh khối 10, được chia làm nhiệm vụ ở 4 thôn khác nhau M, N, P, Q (Mỗi thôn 3 học sinh). Tính xác suất để thôn nào cũng có học sinh khối 12 và học sinh khối 11.

- A. $\frac{36}{385}$. B. $\frac{18}{385}$.
 C. $\frac{72}{385}$. D. $\frac{144}{385}$.

Hướng dẫn

Ta có số học sinh là $5 + 4 + 3 = 12$. Khi chia nhau về 4 thôn, mỗi thôn 3 học sinh thì số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$.

Để mỗi thôn đều có học sinh khối 12 và học sinh khối 11, ta thực hiện ba bước liên tiếp

Bước 1: Xếp vào mỗi thôn một học sinh khối 11 có $4!$ cách.

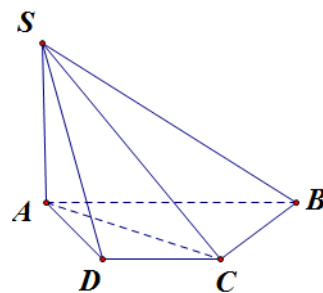
Bước 2: Chọn ra 4 học sinh khối 12 và xếp vào 4 thôn (Nói cách khác chọn 4 phần tử và sắp thứ tự). Số cách xếp là A_5^4 cách.

Bước 3: Xếp 4 học sinh còn lại (gồm 1 học sinh khối 12 và 3 học sinh khối 10) có $4!$ cách.

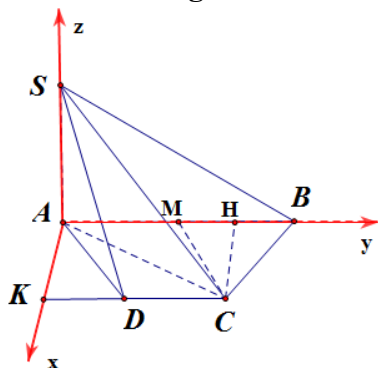
Đáp số: $p = \frac{4! \cdot A_5^4 \cdot 4!}{C_{12}^3 C_9^3 C_6^3 C_3^3} = \frac{72}{385}$. **Chọn C.**

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cạnh $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (Hình minh họa). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{3a\sqrt{10}}{20}$.
 C. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{3a}{2}$.



Hướng dẫn



Gọi M là trung điểm AB, H là trung điểm MB thì dễ thấy MBC là tam giác đều và

$CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AH = \frac{3a}{2}$. Chọn $a = 2$ và dựng hệ trục Axyz như hình vẽ, ta có:

$C(\sqrt{3}; 3; 0), B(0; 4; 0), S(0; 0; 6)$ suy ra $\overline{AC} = (\sqrt{3}; 3; 0), \overline{SB} = (0; 4; -6), \overline{AS} = (0; 0; 6)$ và $[\overline{AC}, \overline{SB}] = (-18; 6\sqrt{3}; 4\sqrt{3}) \Rightarrow [\overline{AC}, \overline{SB}] \cdot \overline{AS} = 24\sqrt{3}$.

Khi đó $d(AC, SB) = \frac{[\overline{AC}, \overline{SB}] \cdot \overline{AS}}{[\overline{AC}, \overline{SB}]} = \frac{3\sqrt{10}}{5} \Rightarrow d = \frac{3a\sqrt{10}}{10}$. **Chọn C.**

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, biết $f(1) = 1, f'(x) = \frac{2x}{3x+1-\sqrt{3x+1}}, x > 0$. Khi đó $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{184}{9}$.

B. $\frac{916}{9}$.

C. $\frac{440}{27}$.

D. $\frac{128}{9}$.

Hướng dẫn

Biến đổi $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{3x+1}(\sqrt{3x+1}-1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3x+1}+1}{\sqrt{3x+1}} = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \right)$ nên hàm số có dạng

$$f(x) = \frac{2}{3} \left(x + \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} \right) + C; f(1) = 1 \Rightarrow C = 0.$$

Khi đó $f(x) = \frac{2}{3} \left(x + \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} \right)$ và $\int_1^5 f(x) dx = \frac{1096}{81}$. **Chọn B**

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-6; 6)$ để hàm số đã cho nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn

+ Trước hết theo yêu cầu bài toán ta phải có $-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0 \Rightarrow m \in (-6; 0]$.

+ Tiếp theo $f'(x) = \frac{4-m^2}{(x-m)^2} < 0 \Rightarrow 4-m^2 < 0 \Rightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

Kết hợp ta có $m \in \{-5; -4; -3\}$. **Chọn B.**

Câu 40. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục, thiết diện thu được là hình vuông. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

A. $4\pi\sqrt{10}$.

B. $8\pi\sqrt{10}$.

C. $10\pi\sqrt{5}$.

D. $20\pi\sqrt{2}$.

Hướng dẫn

+ Suy ra $r = \sqrt{10}$. Vậy $S_{xq} = 2\pi rh = 20\pi\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 41. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Hướng dẫn

+ Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right) = t \Rightarrow x = 9^t, y = 6^t, \frac{x+y}{6} = 4^t$. Cần tính $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2} \right)^t$.

+ Mặt khác $9^t + 6^t = 6 \cdot 4^t \Rightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^{2t} + \left(\frac{3}{2} \right)^t - 6 = 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^t = 2$. Vậy **Chọn B.**

Câu 42. Gọi S là tập giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x^2 - 4x + m|$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng 6. Tổng các phần tử của S bằng

A. -4.

B. 4.

C. -10.

D. 6.

Hướng dẫn

+ Đặt $g(t) = t^2 - 4t + m$ với $t \in [1; 4]$. Đạo hàm: $g'(t) = 2t - 4$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

+ Suy ra giá trị nhỏ nhất: $\min f(x) = \min \{|m-3|; |m-4|; |m|\}$

Xét $|m-4| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -2 \end{cases}$. Ta thấy $m = 10$ thỏa mãn.

Xét $|m-3| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -3 \end{cases}$ (không thỏa mãn).

Xét $|m|=6 \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m=-6 \end{cases}$. Ta thấy $m=-6$ thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 43. Cho phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} - (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 8m - 16 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm trên đoạn $[0;1]$ là

- A. $\left[0; \frac{3}{2}\right]$. B. $\left[1; \frac{5}{2}\right]$. C. $\left[1; \frac{5}{2}\right)$. D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn

Đặt $t = 2^x - 2^{-x}$, $t'(x) = 2^x \ln 2 + 2^{-x} \ln 2 > 0 \quad \forall x \in [0;1]$. Suy ra $t \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$ và $4^x + 4^{-x} = t^2 + 2$.

Phương trình trở thành: $t^2 + 2 - t(m+1) + 4 - 2m = 0 \Leftrightarrow t^2 - t(m+1) + 2m - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (t-2)(t+1-m) = 0 \Rightarrow t = m-1$. Suy ra $m-1 \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$, hay $m \in \left[1; \frac{5}{2}\right]$. **Chọn B.**

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$. Biết $\ln 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

- A. $\frac{1}{2x} - \ln 2x + C$. B. $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \ln 2x + C$.
C. $\frac{2}{x} + \ln 2x + C$. D. $\frac{1}{x} - \ln 2x + C$.

Hướng dẫn

Nguyên hàm từng phần: Đặt $\begin{cases} u = e^x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = f(x) \end{cases}$. (Chú ý $(\ln 2x)' = f(x)e^x$)

$\Rightarrow I(x) = \int u dv = uv - \int v du = f(x)e^x - \int f(x)e^x dx = \frac{1}{x} - \int (\ln 2x)' dx$.

Hay ta có $I(x) = \frac{1}{x} - \ln 2x + C$. **Chọn D.**

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		-1		-2		$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $4f(\cos 2x) + 5 = 0$ là

- A. 12. B. 6. C. 9. D. 10.

Hướng dẫn

Đặt $\cos 2x = t \in [-1; 1]$. Trước hết xét $4f(t) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(t) = -\frac{5}{4}$ có hai nghiệm đối nhau là

$t = \pm a \in (-1; 1)$.

+ Trở về phương trình $\cos 2x = -a \in (-1; 0)$, $x \in [-\pi; 2\pi] \Rightarrow \cos t = -a \in (-1; 0)$, $t \in [-2\pi; 4\pi]$, phương trình này có 6 nghiệm (Nhưng chỉ có hai điểm cuối - 3 vòng tròn, hai vòng chiều dương và một vòng chiều âm).

+ Trở về phương trình $\cos 2x = a \in (0;1), x \in [-\pi; 2\pi]$, phương trình này có 6 nghiệm. **Chọn B.**

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình

vẽ.

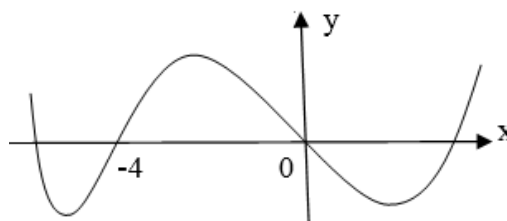
Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2)$ là

A. 5.

B. 3.

C. 9.

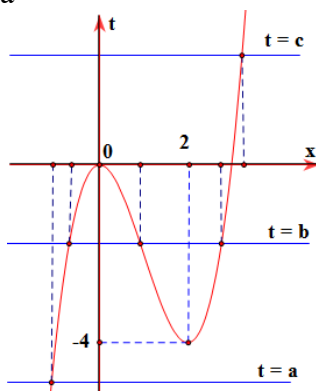
D. 7.



Hướng dẫn

Đặt $t = x^3 - 3x^2 \Rightarrow t' = 3x^2 - 6x$. Trước hết xét $f(t)$ có ba cực trị, hoành độ các điểm cực trị tương ứng là $t = a < -4, t = b \in (-4; 0), t = c > 0$.

Ta có $g'(x) = t' \cdot f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 0 \\ t = a \cup t = b \cup t = c \end{cases}$ và ta cần tìm các nghiệm $t(x) = a, t(x) = b, t(x) = c$ khác nhau và khác 0; 2. Đồ thị $t(x)$ là



Từ đó suy ra $f'(t) = 0$ có 5 nghiệm x khác nhau và đều khác 0; 2 nên $g'(x)$ đổi dấu 7 lần nên có 7 cực trị.

Chọn D.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(2x - 2002) + x = y + 1002 + 2^y$ và $1002 \leq x \leq 2020$?

A. 12.

B. 10.

C. 11.

D. 18.

Hướng dẫn

Đặt $x - 1001 = u > 0, 2^y = v > 0$ ta có phương trình $\log_2 u + u = \log_2 v + v$ với hàm số

$f(t) = \log_2 t + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ suy ra $u = v \Rightarrow x - 1001 = 2^y$

$\Rightarrow 1002 \leq x = 2^y + 1001 \leq 2020$ Suy ra $0 = \log_2 1 \leq y \leq \log_2 1019 = 9,99$.

Do mỗi y cho ta một x và y nguyên nên $y \in \{0; 1; 2; \dots; 9\}$.

Chọn B.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} sao cho $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^8 + 2x^5 - 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó tích

phân $\int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{17}{10}$.

B. $-\frac{13}{6}$.

C. $-\frac{579}{175}$.

D. $\frac{579}{175}$.

Hướng dẫn

Ký hiệu $I = \int_{-1}^0 f(x) dx$. Từ giả thiết ta có: $3x^2 f(x^3) + 3xf(1-x^2) = -3x^9 + 6x^6 - 9x^2 = g(x)$ (*).

Đến đây ta thấy

+ Tích phân thứ nhất $\int_{-1}^0 3x^2 f(x^3) dx = \int_{-1}^0 f(u) du = \int_{-1}^0 f(t) dt = I$ (1).

+ Tích phân thứ hai: $\int_{-1}^0 3xf(1-x^2) dx = -\frac{3}{2} \int_{-1}^0 f(v) dv = -\frac{3}{2} \int_0^1 f(t) dt = -\frac{3}{2} K$ (2)

+ Tích phân thứ ba: $\int_0^1 3x^2 f(x^3) dx = \int_0^1 f(u) du = \int_0^1 f(t) dt = K$ (3)

+ Tích phân thứ tư: $\int_0^1 3xf(1-x^2) dx = -\frac{3}{2} \int_0^1 f(v) dv = -\frac{3}{2} \int_1^0 f(t) dt = \frac{3}{2} K$ (4)

Từ (*) lấy tích phân trên đoạn $[-1; 0]$, kết hợp (1) và (2), ta có: $I - \frac{3}{2} K = \int_{-1}^0 g(x) dx$

Từ (*) lấy tích phân trên đoạn $[0; 1]$, kết hợp (3) và (4), ta có: $I + \frac{3}{2} K = \int_0^1 g(x) dx$ và cộng hai vế suy

ra $I = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 g(x) dx = -\frac{15}{7}$. **Chọn C.**

Câu 49. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A lấy điểm S thỏa mãn $SA = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC lần lượt là M, N . Số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng

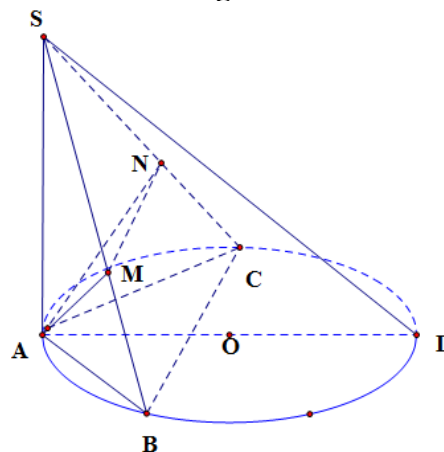
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Hướng dẫn



Gọi AD là đường kính của đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC .

Khi đó, ta có: $\left\{ \begin{array}{l} SA \perp DC \\ AC \perp DC \end{array} \right\} \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} DC \perp AN \\ SC \perp AN \end{array} \right\} \Rightarrow AN \perp (SDC) \Rightarrow AN \perp SD$ (1).

Tương tự: $\left\{ \begin{array}{l} SA \perp DB \\ AB \perp DB \end{array} \right\} \Rightarrow DB \perp (SAB) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} DB \perp AM \\ SB \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow AM \perp (SBD) \Rightarrow AM \perp SD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SD \perp (AMN)$. Mà $SA \perp (ABC)$, suy ra $((ABC); (AMN)) = (\widehat{SA}; \widehat{SD}) = \widehat{ASD}$.

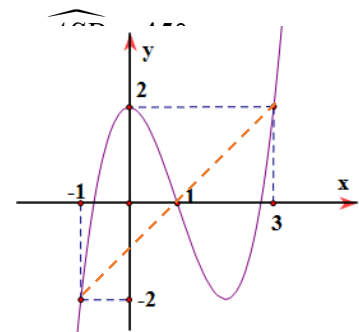
Ta có: $AD = 2R = \frac{BC}{\sin A} = a\sqrt{2}$. Trong $\triangle ASD$ có: $\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{SA} = 1$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình bên.

Hàm số $g(x) = f(2-x) - \frac{1}{2}x^2 + x$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; 1)$.



C. $(-3;1)$.

D. $(1;3)$.

Hướng dẫn

Đặt $2-x=t$. Theo đề ta có $g'(x) = -f'(t) + t - 1 < 0 \Leftrightarrow f'(t) > t - 1$.

$$\text{Ta có: } f'(t) > t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 2-x < 1 \\ 2-x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (1;3) \\ x < -1 \end{cases}$$

Chọn D.

-----**HẾT**-----