SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NINH BÌNH	**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1**
TRƯỜNG THPT ĐINH TIÊN HOÀNG	NĂM HỌC 2022 - 2023
	Môn: Toán 12
	Thời gian làm bài: 90 phút
(*Đề thi có 06 trang*)	*(không kể thời gian phát đề)*

Mã đề 222

Họ và tên học sinh:... Số báo danh: ....

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2+x)(x-2)^2(2^x-4), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

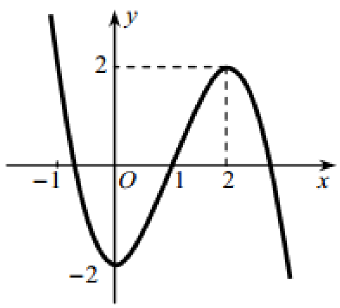
Câu 2. Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau

A. 360. **B.** 30. **C.** 720. **D.** 120.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2ax+b$ có điểm cực tiểu là $A(2;-2)$. Tính $a+b$.

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 4. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 5. Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=e;\ f(x)=f'(x).\sqrt{3x+1}$, với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $10<f(5)<11$ **B.** $3<f(5)<4$ **C.** $11<f(5)<12$ **D.** $4<f(5)<5$

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^3+cx+d, a\neq 0$ có $\min\limits_{x\in(-\infty;0)} f(x)=f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $d+8a$. **B.** $d+2a$. **C.** $d-11a$. **D.** $d-16a$.

Câu 7. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x+2$ với đường thẳng $y=2$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 8. Cho khối trụ (T), cắt khối trụ (T) bằng mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{3}a$. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. $V=6\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $V=9\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V=2\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $V=3\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 9. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh *a*, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết thể tích khối chóp *S.ABCD* là $\frac{a^3}{3}$. Tính góc φ giữa đường thẳng *SB* và mặt phẳng (SCD).

A. $\varphi=90°$. **B.** $\varphi=30°$. **C.** $\varphi=45°$. **D.** $\varphi=60°$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong đoạn $[-20;20]$, có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|10f(x-m)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m\right|$ có 3 điểm cực trị?

A. 40. **B.** 36. **C.** 34. **D.** 32.

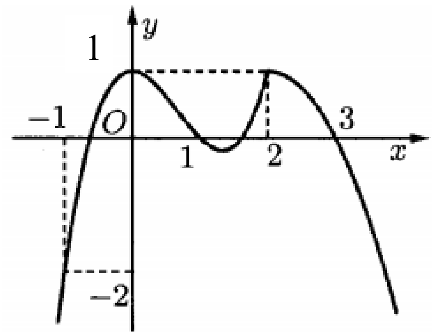
Câu 11. Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng đường thẳng *SC* hợp với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Thể tích của khối chóp *S.ABC* bằng

A. $\frac{a^3}{2}$ **B.** $\frac{a^3}{4}$ **C.** $\frac{3a^3}{4}$ **D.** $\frac{a^3}{8}$

Câu 12. Giả sử p, q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16}p=\log_{20}q=\log_{25}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$?

A. $\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. **D.** $\frac{8}{5}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=f(x^2)-\frac{x^6}{3}+x^4-x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$. **C.** $(\frac{3}{2};2)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=e^{2022x}-e^{-2022x}+\ln^{2023}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. Trên khoảng $(-25;25)$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* sao cho phương trình $f\left(e^{x+m}+m\right)+f\left(x-x^2-\ln x^2\right)=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 25. **B.** 26. **C.** 24. **D.** 48.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là:

A. $D=(-\infty;2)$. **B.** $D=(-\infty;2]$. **C.** $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

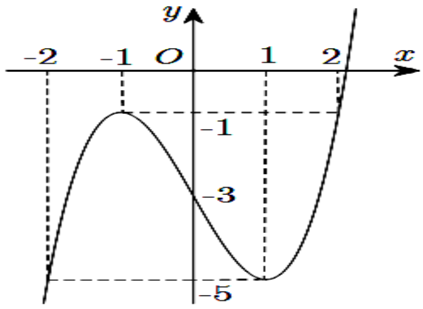
Câu 16. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Câu 17. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, trên các cạnh AA', BB' lấy các điểm *M, N* sao cho $AA'=4A'M$, $BB'=4B'N$. Mặt phẳng $(C'MN)$ chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $C'.A'B'NM$, V_2 là thể tích của khối đa diện $ABCMNC'$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{5}$

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-5;M=-1$. **B.** $m=-5;M=0$. **C.** $m=-2;M=2$. **D.** $m=-1;M=0$.

Câu 19. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x+\cos x$.

A. $\int f\left(x\right)dx=1-\sin x+C$

B. $\int f\left(x\right)dx=x\sin x+\cos x+C$

C. $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{x^2}{2}-\sin x+C$

D. $\int f\left(x\right)dx=\dfrac{x^2}{2}+\sin x+C$

Câu 20. Cho khối lăng trụ đứng có diện tích đáy $B=9$ và độ dài cạnh bên bằng 4. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 36. **D.** 12.

Câu 21. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+\left(4m+9\right)x+5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$

A. 7 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 6

Câu 22. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O, $OB=a$, $OC=a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng $\left(OBC\right)$, $OA=a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tính theo a khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^\circ$, mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{9a^3}{8}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3}{8}$.

Câu 24. Với a, b là các số thực dương bất kì, $\log_2\dfrac{a}{b^2}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{a}{b}$ **B.** $\log_2 a-\log_2\left(2b\right)$ **C.** $2\log_2\dfrac{a}{b}$ **D.** $\log_2 a-2\log_2 b$

Câu 25. Tất cả các nguyên hàm của hàm $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{3x-2}}$ là:

A. $2\sqrt{3x-2}+C$ **B.** $\dfrac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$ **C.** $-\dfrac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$ **D.** $-2\sqrt{3x-2}+C$

Câu 26. Số giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $\left[-2018;2018\right]$ để hàm số $y=\ln\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 2017. **B.** 1009. **C.** 2018. **D.** 2019.

Câu 27. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x+1$.

A. $\int\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

B. $\int\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=x^2+x+C$.

C. $\int\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=x^2+C$.

D. $\int\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=2x^2+1+C$.

Câu 28. . Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

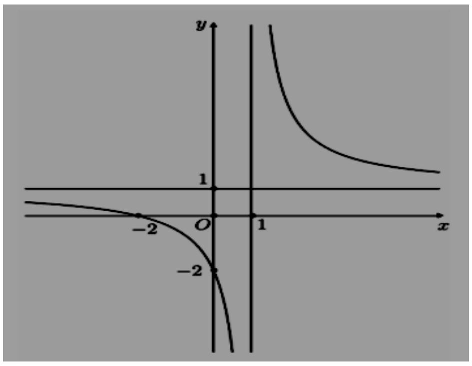
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < b < a$.

B. $a < b < 0$.

C. $b < 0 < a$.

D. $a < 0$; $b < 0$.



Câu 29. Gieo 1 con súc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất xuất hiện mặt lẻ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 30. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6, người ta lập tất cả các số gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong các số lập được. Tìm xác suất *P* để số được chọn chia hết cho 3.

A. $P = \frac{1}{360}$. **B.** $P = \frac{1}{3}$. **C.** $P = \frac{1}{15}$. **D.** $P = \frac{2}{3}$.

Câu 31. Cho một miếng tôn hình tròn tâm *O*, bán kính *R*. Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt *OAB* và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh *O* không có đáy (*OA* trùng với *OB*). Gọi *S* và *S'* lần lượt là diện tích của miếng tôn hình tròn ban đầu và diện tích của miếng tôn còn lại. Tìm tỉ số $\frac{S'}{S}$ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Câu 32. Cho phương trình $9^{x^2-2x+1} - 2m.3^{x^2-2x+1} + 3m - 2 = 0$. Số tất cả các giá trị của tham số *m* để phương trình đã cho có nghiệm sao cho $2m \in Z; m \in [-5;5]$ là:

A. 10 **B.** 21 **C.** 20 **D.** 11

Câu 33. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Mặt phẳng (*P*) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích của thiết diện bằng

A. $\sqrt{6}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{19}$ **D.** $2\sqrt{6}$

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3a$, $AC = 4a$, $AD = 5a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, DBC, DCA. Tính thể tích V của tứ diện $DMNP$ khi thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $V = \frac{20a^3}{27}$. **B.** $V = \frac{80a^3}{7}$. **C.** $V = \frac{120a^3}{27}$. **D.** $V = \frac{10a^3}{4}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a $(a > 0)$ thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} \le \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

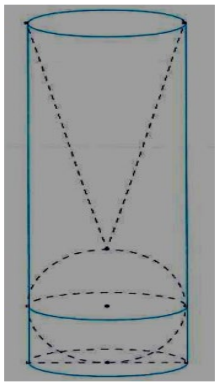
A. $0 < a < 1$. **B.** $a \ge 2017$. **C.** $1 < a < 2017$. **D.** $0 < a \le 2017$.

Câu 36. Phương trình $\log_3(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = 27$ **B.** $x = 8$ **C.** $x = 4$ **D.** $x = 9$

Câu 37. Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy, một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng đường kính phía trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).

A. $\frac{5}{9}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{4}{9}$ **D.** $\frac{2}{3}$



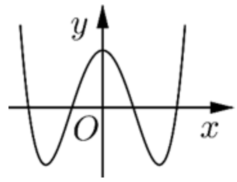
Câu 38. Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị nhận đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 40. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

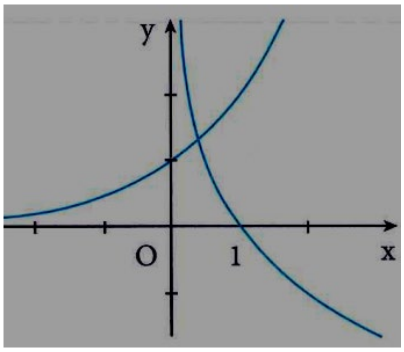


A. $y=-2x^4+4x^2+1$.
B. $y=-x^3+3x^2+1$.
C. $y=x^3-3x-2$.
D. $y=2x^4-4x^2+1$.

Câu 41. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ **B.** $y=\left(\dfrac{e}{\pi}\right)^x$

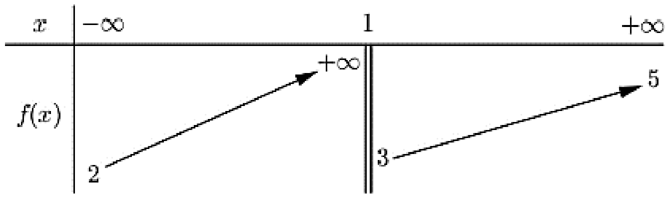
C. $y=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x$ **D.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$



Câu 42. Cho hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a,b>1$
B. $0<a,b<1$
C. $0<b<1<a$
D. $0<a<1<b$

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{2f(x)-8}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 44. Anh Bình muốn vay ngân hàng 200 triệu đồng theo phương thức trả góp (trả tiền vào cuối tháng) với lãi suất 0.75% /tháng. Hỏi hàng tháng, Anh Bình phải trả số tiền là bao nhiêu (làm tròn đến nghìn đồng) để sau đúng 2 năm thì trả hết nợ ngân hàng?

A. 9236000. **B.** 9137000. **C.** 9970000. **D.** 9971000.

Câu 45. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2-mx+2m}{x-2}\right|$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $-\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(3\cos x+2\right)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(-1;3\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left[1;3\right)$.

Câu 47. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 7. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 175π **B.** $\frac{175\pi}{3}$ **C.** 35π **D.** 70π

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{4}x^4+mx-\frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49. Cho một cấp số cộng có $u_1=-3;\ u_6=27$. Tìm d ?

A. $d=6$. **B.** $d=5$. **C.** $d=7$. **D.** $d=8$.

Câu 50. Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq}=2a^2$. **B.** $S_{xq}=2\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2$.

------ HẾT ------

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: Toán 12

Câu\\ Đề	222	223	224	225	226	227	228	229
1	A	D	B	A	B	A	A	B
2	D	C	A	C	D	D	B	D
3	D	B	D	D	B	B	A	A
4	A	B	A	B	D	D	C	D
5	A	C	A	D	B	A	C	D
6	D	A	D	C	A	A	B	B
7	C	C	D	C	C	D	A	D
8	A	D	C	B	B	B	D	C
9	B	A	B	B	D	A	D	A
10	B	B	B	A	D	C	A	D
11	B	A	D	B	D	D	D	C
12	A	C	C	D	D	A	A	A
13	D	B	B	A	B	B	A	D
14	C	A	A	D	C	D	A	C
15	A	B	C	D	B	A	A	D
16	B	B	D	B	C	A	A	D
17	D	A	A	D	D	C	C	B
18	A	D	D	D	C	D	A	D
19	D	C	B	A	A	A	C	B
20	C	B	B	D	C	B	D	D
21	A	C	C	C	C	A	C	B
22	A	D	B	D	A	D	D	B
23	D	C	C	D	B	D	D	D
24	D	C	C	B	B	B	A	C
25	B	B	C	A	B	C	B	D
26	C	C	D	B	B	D	D	B
27	B	B	B	D	B	C	A	C
28	C	B	D	C	B	A	D	C
29	A	B	B	D	C	C	A	A
30	B	A	D	C	A	B	D	B
31	B	A	C	A	A	D	A	C
32	C	A	D	A	B	A	C	A
33	D	C	A	C	D	C	A	C
34	A	A	C	A	D	B	D	A
35	B	A	B	B	B	C	D	A
36	B	C	D	D	C	B	B	C
37	A	C	A	C	A	A	D	C
38	D	C	D	C	A	A	C	C
39	A	C	B	D	D	A	A	D
40	D	A	C	C	A	B	A	D

41	D	B	A	D	A	C	A	A
42	C	C	A	A	C	C	B	C
43	C	D	C	B	B	B	B	B
44	B	A	C	D	D	D	B	B
45	D	C	A	C	D	B	A	D
46	D	B	B	C	B	C	D	D
47	D	B	C	C	A	A	A	D
48	C	A	C	C	C	B	A	D
49	A	B	C	B	D	D	B	D
50	B	A	C	B	D	B	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2+x)(x-2)^2(2^x-4)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1 **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f'(x)=(x^2+x)(x-2)^2(2^x-4)$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x(x+1)=0\\(x-2)^2=0\\2^x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2(bl)\end{array}\right.$. Vậy hàm số có 3 cực trị.

Câu 2. Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 360. **B.** 30. **C.** 720 **D.** 120

Lời giải

Số cách chọn là $A_{10}^3=720$.

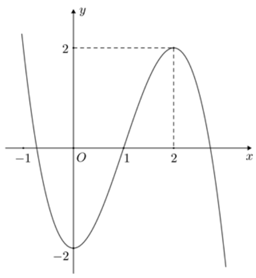
Câu 3. Đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2ax+b$ có điểm cực tiểu là $A(2;-2)$. Tính $a+b$.

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $y=f(x)=x^3-3x^2+2ax+b\Rightarrow y'(x)=3x^2-6x+2a$.

Câu 4. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy trên khoảng $(0;2)$ đồ thị đi lên từ trái sang phải nên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng đó.

Câu 5. Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=e; f(x)=f'(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $10<f(5)<11$. **B.** $3<f(5)<4$. **C.** $11<f(5)<12$. **D.** $4<f(5)<5$.

Lời giải

Ta có

$f(x)=f'(x)\sqrt{3x+1}\Rightarrow \dfrac{f'(x)}{f(x)}=\dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}$

$\Rightarrow \int \dfrac{f'(x)}{f(x)}dx=\int \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}dx \Rightarrow \ln f(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C$

Vì $f(1)=e$ nên $1=\dfrac{4}{3}+C\Rightarrow C=\dfrac{-1}{3}$. Vậy $f(5)=e^{\frac{7}{3}}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^3+cx+d, a\neq 0$ có $\min\limits_{x\in(-\infty;0)} f(x)=f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $d+8a$. **B.** $d+2a$. **C.** $d-11a$. **D.** $d-16a$.

Lời giải

Ta có $y'=3ax^2+c$ mà $\min\limits_{x\in(-\infty;0)} f(x)=f(-2)$ nên $\begin{cases} y'(-2)=0 \\ a<0 \end{cases}$. Do vậy $12a+c=0\Rightarrow c=-12a$.

Vậy $y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+c=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$

Do $a>0$ nên $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x)=f(2)=8a+2c+d=8a-24a+d=d-16a$.

Câu 7. Số giao điểm của hàm số $y=x^3-x+2$ và hàm số $y=2$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Số giao điểm của hàm số $y=x^3-x+2$ và hàm số $y=2$ là số nghiệm của phương trình

$x^3-x+2=2\Leftrightarrow x^3-x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$. Vậy có 3 giao điểm.

Câu 8. Cho khối trụ (T), cắt khối trụ (T) bằng mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết điện là hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ đã cho là

A. $V=6\sqrt{3}\pi a^3$ **B.** $V=9\sqrt{3}\pi a^3$ **C.** $V=2\sqrt{3}\pi a^3$ **D.** $V=3\sqrt{3}\pi a^3$

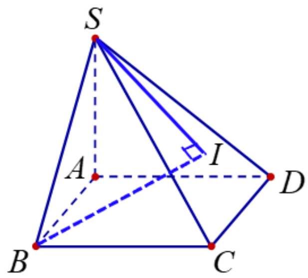
Cắt khối trụ (T) bằng mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết điện là hình vuông cạnh bằng $2a\sqrt{3}\Rightarrow h=2a\sqrt{3}, r=a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối trụ đã cho là: $V=\pi r^2h=\pi.(a\sqrt{3})^2.2\sqrt{3}a=6\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\dfrac{a^3}{3}$. Tính góc φ giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD).

A. $\varphi = 90°$. **B.** $\varphi = 30°$. **C.** $\varphi = 45°$. **D.** $\varphi = 60°$.

Lời giải



Vì (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SA \perp (ABCD)$.

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}a^2.SA = \dfrac{a^3}{3} \Leftrightarrow SA = a$.

$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$.

$S_{SCD} = \dfrac{1}{2}SD.CD = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Gọi I là hình chiếu của B lên (SCD).

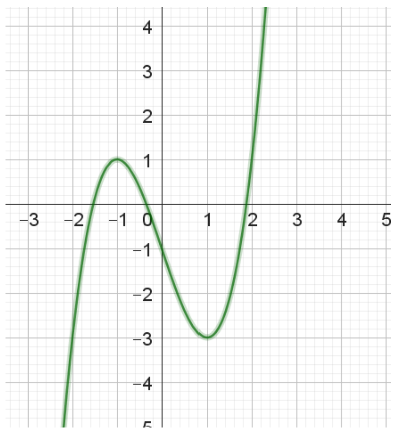
$(SB,(SCD)) = (SB, SI) = \widehat{BSI}$.

Ta có $V_{S.BCD} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3}{6} \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}S_{SCD}.BI = \dfrac{a^3}{6} \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}.BI = \dfrac{a^3}{6} \Leftrightarrow BI = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SBI vuông tại I nên $\sin\widehat{BSI} = \dfrac{BI}{SB} = \dfrac{a\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{a^2+a^2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSI} = 30°$.

Vậy $(SB,(SCD)) = 30°$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = f(|12x+1| + m)$ có đúng 3 cực trị.



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

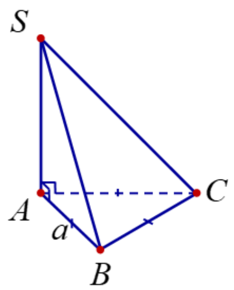
Hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$, nên hàm số $y=f\left(\left|12x+1\right|+m\right)$ có các điểm cực trị là $12x+m+1=-1$, $12x+m+1=1$. Vậy $x=-\dfrac{m+2}{12}, x=-\dfrac{m}{12}$.

Hàm số $y=f\left(\left|12x+1\right|+m\right)$ có tất cả $2n+1$ điểm cực trị với n là số điểm cực trị lớn hơn $-\dfrac{1}{12}$ của hàm số $y=f\left(\left(12x+1\right)+m\right)=f\left(12x+m+1\right)$. Theo ycđb hàm số $y=f\left(12x+m+1\right)$ có đúng một cực trị lớn hơn $-\dfrac{1}{12}$ hay $-\dfrac{m+2}{12}\le-\dfrac{1}{12}<-\dfrac{m}{12}\Leftrightarrow-1\le m<1$. Vậy có hai giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{8}$.

Lời giải



Ta có $\left(SC,\left(ABC\right)\right)=\left(SC,AC\right)=\widehat{SCA}=60°$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}\Leftrightarrow SA=a.\tan60°=a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 12. Giả sử p,q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16}p=\log_{20}q=\log_{25}\left(p+q\right)$. Tìm giá trị của $\dfrac{p}{q}$.

A. $\dfrac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. **D.** $\dfrac{8}{5}$.

Lời giải

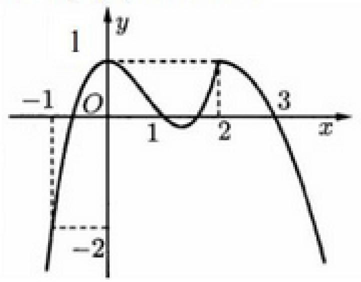
Đặt $t=\log_{16}p=\log_{20}q=\log_{25}\left(p+q\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} p = 16^t \\ q = 20^t \\ p + q = 25^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 16^t + 20^t = 25^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^{2t} + \left(\frac{4}{5}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

Mà $\frac{p}{q} = \frac{16^t}{20^t} = \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(x^2) - \frac{x^6}{3} + x^4 - x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

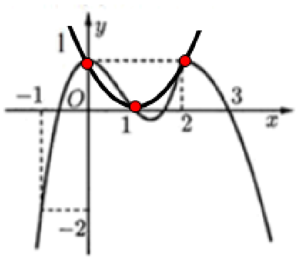
Ta có

$g'(x) = 2xf'(x^2) - (2x^5 - 4x^3 + 2x)$

$= 2x\left(f'(x^2) - (x^4 - 2x^2 + 1)\right)$

Xét phương trình $f'(x^2) - (x^4 - 2x^2 + 1) = 0$

Đặt $t = x^2$ ta được phương trình $f'(t) = t^2 - 2t + 1$



Suy ra phương trình có 3 nghiệm $t = 0; t = 1; t = 2$.

Hay phương trình $f'(x^2) - (x^4 - 2x^2 + 1) = 0$ có 5 nghiệm $x = 0; x = \pm 1; x = \pm\sqrt{2}$

Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Suy ra hàm số đồng biến trên $(0;1)$

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=e^{2022x}-e^{-2022x}+\ln^{2023}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. Trên khoảng $(-25;25)$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f\left(e^{x+m}+m\right)+f\left(x-x^2-\ln x^2\right)=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt?

A. 25. **B.** 26. **C.** 24. **D.** 48.

Lời giải

◆ Hàm số $f(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D \Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=e^{-2022x}-e^{2022x}+\ln^{2023}\left(-x+\sqrt{(-x)^2+1}\right)=e^{-2022x}-e^{2022x}+\ln^{2023}\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)$

$=e^{-2022x}-e^{2022x}+\ln^{2023}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=e^{-2022x}-e^{2022x}-\ln^{2023}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=-f(x)$.

Do đó $f(x)$ là hàm số lẻ. Suy ra $f\left(x-x^2-\ln x^2\right)=-f\left(\ln x^2+x^2-x\right)$.

◆ Mặt khác ta có

$f'(x)=2022e^{2022x}+2022e^{-2022x}+2023.\ln^{2022}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right).\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

◆ Khi đó phương trình $f\left(e^{x+m}+m\right)+f\left(x-x^2-\ln x^2\right)=0 \Leftrightarrow f\left(e^{x+m}+m\right)=f\left(\ln x^2+x^2-x\right)$

$e^{x+m}+m=\ln x^2+x^2-x \Leftrightarrow e^{x+m}+x+m=\ln x^2+x^2 \Leftrightarrow e^{x+m}+x+m=e^{\ln x^2}+\ln x^2 \quad (*)$.

◆ Xét hàm số $g(t)=e^t+t \Rightarrow g'(t)=e^t+1>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$(*)$ có dạng $g(x+m)=g\left(\ln x^2\right)$. Do đó $x+m=\ln x^2 \Leftrightarrow m=\ln x^2-x$.

◆ Xét hàm số $h(x)=\ln x^2-x \Rightarrow h'(x)=\dfrac{2}{x}-1 \Rightarrow h'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$.

BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$2\ln 2-2$	↘	$-\infty$

Phương trình $f\left(e^{x+m}+m\right)+f\left(x-x^2-\ln x^2\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m<2\ln 2-2$.

Mà $m\in(-25;25)$, $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-24;-23;...;-1\}$.

Vậy có 24 giá trị của tham số m thỏa mãn bài toán đã cho.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=(-\infty;2)$. **B.** $D=(-\infty;2]$. **C.** $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{3}$ là số vô tỷ nên điều kiện xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là $2-x>0\Leftrightarrow x<2$.

Vậy $D=(-\infty;2)$.

Câu 16. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

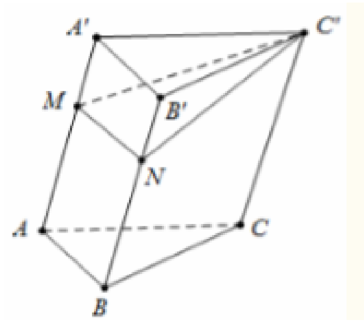
Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 17. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, trên các cạnh AA', BB' lấy các điểm M, N sao cho $AA'=4A'M$, $BB'=4B'N$. Mặt phẳng $(C'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $C'.A'B'NM$, V_2 là thể tích cửa khối đa diện $ABCMNC'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{5}$

Lời giải

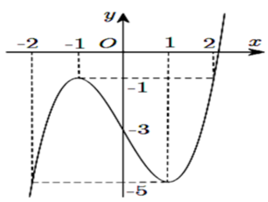
Ta có $\frac{V_{C'A'B'MN}}{V_{A'B'C'ABC}}=\frac{1}{3}\left(\frac{A'M}{A'A}+\frac{B'N}{B'B}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{6}$.



Nên suy ra $V_{C'MNABC}=\frac{5}{6}V_{A'B'C'ABC}$.

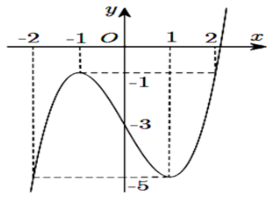
Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{5}$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f(x)$ trên $[-2;2]$.



A. $m=-5;M=-1$. **B.** $m=-5;M=0$. **C.** $m=-2;M=2$. **D.** $m=-1;M=0$

Lời giải



Từ đồ thị ta có $m=-5;M=-1$.

Câu 19. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x+\cos x$

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=1-\sin x+C$.

B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x\sin x+\cos x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}-\sin x+C$.

D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+\sin x+C$

Lời giải

$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(x+\cos x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+\sin x+C$

Câu 20. Cho khối lăng trụ đứng có diện tích đáy $B=9$ và độ dài cạnh bên bằng 4. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6.

B. 4.

C. 36.

D. 12.

Lời giải

Khối lăng trụ đã cho là khối lăng trụ đứng nên chiều cao của khối lăng trụ bằng độ dài cạnh bên bằng 4.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V=B.h=9.4=36$ (đơn vị thể tích).

Câu 21. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+\left(4m+9\right)x+5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Tập xác định $D=\left(-\infty;+\infty\right)$.

Ta có $y'=-3x^2-2mx+4m+9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0$ chỉ có hữu hạn nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<0\\ m^2+3\left(4m+9\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -9\le m\le -3$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

Câu 22. cho tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông $OB=a,OC=a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng $\left(OBC\right)$, $OA=a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tính theo a khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM.

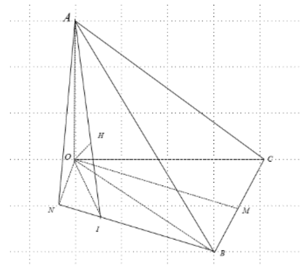
A. $h=\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

B. $h=\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $h=\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

D. $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Trong mặt phẳng (OBC) dựng hình bình hành $OMBN$.

Trong $(OMBN)$ kẻ $OI \perp BN \Rightarrow BN \perp (OAI)$ (1)

Trong (OAI) kẻ $OH \perp AI$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $OH \perp (ABN) \Rightarrow d(OM,(ABN)) = OH$

Ta có:

$OM \parallel (ABN) \Rightarrow h = d(AB,OM) = d(OM,(ABN)) = OH$

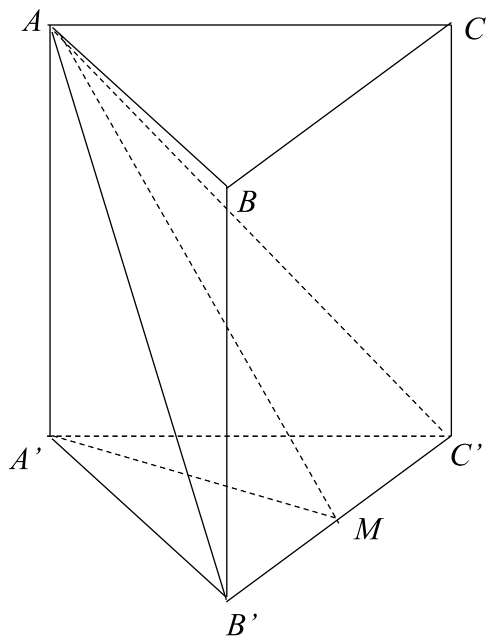
Tam giác OBI có $OB = a$, $\widehat{BOM} = 60^{\circ}$ nên $OI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác AOI vuông tại O nên $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OI^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow OH = a\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^0$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{9a^3}{8}$. **B.** $V = \dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V = \dfrac{3a^3}{8}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $B'C'$ mà $\Delta A'B'C'; \Delta AB'C'$ cân nên $AM \perp B'C'; A'M \perp B'C'$.

$$\begin{cases} ((AB'C');(A'B'C')) = 60^0 \\ (AB'C') \cap (A'B'C') = B'C' \\ AM \perp B'C'; A'M \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow \widehat{AMA'} = 60^0.$$

Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\widehat{BAC} = a^2 + a^2 - 2.a.a.\cos 120^0 = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

$$A'M = \sqrt{A'C'^2 - C'M^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$

$$AA' = A'M.\tan\widehat{AMA'} = \frac{a}{2}.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$V = AA'.S_{\Delta ABC} = AA'.\frac{1}{2}AB.AC.\sin 120^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.a.a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$

Câu 24. Với a,b là các số thực dương bất kì, $\log_2\frac{a}{b^2}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}\log_2\frac{a}{b}$. **B.** $\log_2 a - \log_2(2b)$.

C. $2\log_2\frac{a}{b}$. **D.** $\log_2 a - 2\log_2 b$.

Lời giải

$$\log_2\frac{a}{b^2} = \log_2 a - 2\log_2(b)$$

Câu 25. Tất cả các nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-2}}$ là:

A. $2\sqrt{3x-2} + C$. **B.** $\frac{2}{3}\sqrt{3x-2} + C$. **C.** $-\frac{2}{3}\sqrt{3x-2} + C$. **D.** $-2\sqrt{3x-2} + C$.

Lời giải

Ta thấy: $\left(\frac{2}{3}\sqrt{3x-2} + C\right)' = \frac{2}{3}.\frac{(3x-2)'}{2\sqrt{3x-2}} = \frac{1}{\sqrt{3x-2}}$.

Câu 26. Số giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018;2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 2017. **B.** 1009. **C.** 2018. **D.** 2019.

Lời giải

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1 > 0)$ xác định khi $x^2 - 2x - m + 1 > 0$

Để hàm số xác định trên $x \in \mathbb{R}$ khi $x^2 - 2x - m + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta = 1 + m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0$

Mà $m \in [-2018;2018]$ nên $m = \{-2018;-2017...;-1\}$

Vậy có 2018 giá trị.

Câu 27. Tất cả các nguyên hàm của hàm $f(x) = 2x + 1$.

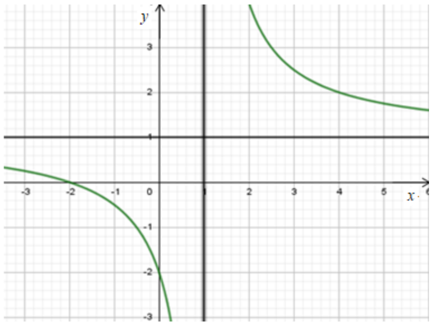
A. $\int(2x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$. **B.** $\int(2x+1)dx = x^2 + x + C$.

C. $\int(2x+1)dx = x^2 + C$.. **D.** $\int(2x+1)dx = 2x^2 + 1 + C$.

Lời giải

Ta thấy: $(x^2 + x + C)' = 2x + 1$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<b<a$. **B.** $a<b<0$. **C.** $b<0<a$. **D.** $a<0;\ b<0$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có $a=1; b=-2$

Câu 29. Gieo 1 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất xuất hiện mặt lẻ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=6$.

Gọi A là biến cố "Con súc sắc xuất hiện mặt lẻ"

Số phần tử của biến cố A là $n(A)=3$.

Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 30. Từ các chữ số $1;2;3;4;5;6$, người ta lập tất cả các số gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong các số lập được. Tìm xác suất P để số được chọn chia hết cho 3.

A. $P=\dfrac{1}{360}$. **B.** $P=\dfrac{1}{3}$. **C.** $P=\dfrac{1}{15}$. **D.** $P=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Giả sử số có bốn chữ số có dạng: $\overline{abcd}$

Không gian mẫu: Tập hợp tất cả các số có bốn chữ số thuộc tập $\{1;2;3;4;5;6\}$ là $|\Omega|=A_6^4=360$

Gọi A là biến cố $\overline{abcd}\,\vdots\,3$

Để $\overline{abcd}\,\vdots\,3 \Leftrightarrow a+b+c+d\,\vdots\,3$

$\Rightarrow \{a;b;c;d\}\in\{1;2;3;6\},\{1;2;4;5\},\{1;3;5;6\},\{2;3;4;6\},\{3;4;5;6\}$

Mỗi bộ số $\{a;b;c;d\}$ sẽ có $4!$ cách xếp.

$\Rightarrow |A|=5.4!=120$

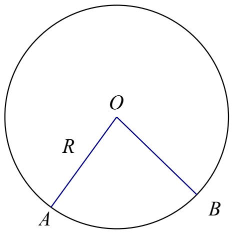
$\Rightarrow P(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \dfrac{120}{360} = \dfrac{1}{3}$.

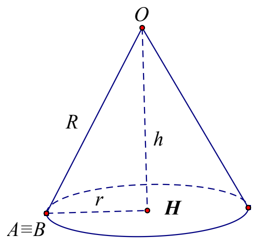
Vậy xác suất để số được chọn chia hết cho 3 là $\dfrac{1}{3}$.

Câu 31. Cho một miếng tôn hình tròn tâm O, bán kính R. Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Gọi S và S' là diện tích miếng tôn ban đầu và diện tích của miếng tôn còn lại. Tìm tỉ số $\dfrac{S'}{S}$ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải





Diện tích của miếng tôn ban đầu là $S = \pi R^2$.

Gọi h, r, l lần lượt là đường cao, bán kính và đường sinh của hình nón được tạo thành. Khi đó ta có $l = R$ nên thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có

$$V = \frac{2}{3}\pi.\frac{r}{\sqrt{2}}.\frac{r}{\sqrt{2}}.\sqrt{R^2-r^2} = \frac{2}{3}\pi\sqrt{\frac{r^2}{2}.\frac{r^2}{2}.\left(R^2-r^2\right)} \le \frac{2}{3}\pi\sqrt{\left(\frac{\frac{r^2}{2}+\frac{r^2}{2}+R^2-r^2}{3}\right)^3} = \frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{r^2}{2} = R^2 - r^2 \Leftrightarrow r^2 = \dfrac{2}{3}R^2 \Leftrightarrow r = \dfrac{\sqrt{6}}{3}R$.

Khi đó $S' = \pi r l = \pi \dfrac{R\sqrt{6}}{3}R = \pi R^2 \dfrac{\sqrt{6}}{3} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}S$. Suy ra $\dfrac{S'}{S} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32. Cho phương trình $9^{x^2-2x+1} - 2m.3^{x^2-2x+1} + 3m - 2 = 0$. Số tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm sao cho $2m \in \mathbb{Z}; \mathrm{m} \in [-5;5]$ là:

A. 10. **B.** 21. **C.** 20 **D.** 11.

Lời giải

Đặt $3^{x^2-2x+1} = t \ge 1$

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0\,(2)$

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t \ge 1$.

+) Với $t=\dfrac{3}{2}$ thì $m\in\varnothing$

+) Với $t\neq\dfrac{3}{2}$

Ta có $t^2-2mt+3m-2=0\Leftrightarrow\dfrac{t^2-2}{2t-3}=m\ \ (t\geq 1;t\neq\dfrac{3}{2})$.

Xét $f\left(t\right)=\dfrac{t^2-2}{2t-3}(t\geq 1;t\neq\dfrac{3}{2})$.

$f'\left(t\right)=\dfrac{2t^2-6t+4}{\left(2t-3\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=2\end{array}\right.$ TM

Bảng biến thiên:

t	1		$\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
$f'(t)$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(t)$	1	$\searrow$	$-\infty\ \|\|\ +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT suy ra phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 2\\m\leq 1\end{array}\right.$

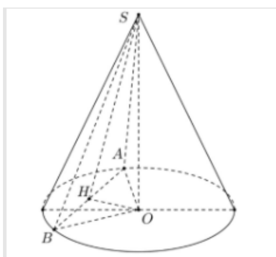
Mà $2m\in\mathbb{Z};\mathrm{m}\in\left[-5;5\right]$.

Vậy có 21 giá trị thoả mãn đề bài.

Câu 33. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích của thiết diện bằng:

A. $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{19}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm cạnh đáy AB của tam giác SAB. Suy ra, $SH\perp AB$; $OH\perp AB$ và $AH=1$.

Ta có: $OH^2=OA^2-AH^2=3^2-1^2=8$.

$SH^2=SO^2+OH^2=4^2+8=24\Rightarrow SH=2\sqrt{6}$.

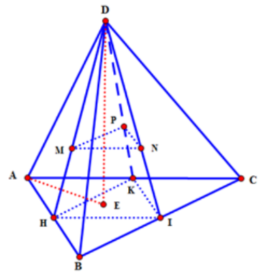
Diện tích của thiết diện là: $S_{\Delta SAB}=\dfrac{1}{2}.SH.AB=\dfrac{1}{2}.2\sqrt{6}.2=2\sqrt{6}$.

Câu 34 Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3a, AC=4a, AD=5a$. Gọi M,N,P lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, DBC, DCA. Tính thể tích V của tứ diện $DMNP$ khi thể tích của tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $V=\dfrac{20a^3}{27}$ **B.** $V=\dfrac{80a^3}{27}$ **C.** $V=\dfrac{120a^3}{27}$ **D.** $V=\dfrac{10a^3}{27}$

Lời giải

Gọi H,I,K lần lượt là trung điểm các cạnh AB,BC,CA, E là hình chiếu vuông góc của D xuống mặt đáy (ABC).



+ Ta xét tỉ số thể tích của 2 khối chóp $D.MNP$ và $D.HIK$:

$$\frac{V_{DMNP}}{V_{DHIK}}=\frac{DM}{DH}.\frac{DN}{DI}.\frac{DP}{DK}=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}\Rightarrow V_{DMNP}=\frac{8}{27}V_{DHIK}.$$

Mặt khác: $V_{DHIK}=\dfrac{1}{3}DE.S_{\Delta HIK}=\dfrac{1}{3}DE.\dfrac{1}{4}S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{4}V_{DABC}$.

+ $V_{DABC}=\dfrac{1}{3}DE.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin\widehat{BAC}.DE\le\dfrac{1}{6}.AB.AC.DE=\dfrac{1}{6}.AB.AC.AD.\sin\widehat{DAE}$.

$\Rightarrow V_{DABC}\le\dfrac{1}{6}.AB.AC.DA$. Dấu "=" xảy ra khi: $\begin{cases}\sin\widehat{BAC}=1\\ \sin\widehat{DAE}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}AB\perp AC\\ DE\equiv DA\end{cases}$.

Khi đó: $(V_{DABC})_{max}=\dfrac{1}{6}.AB.AC.DA=\dfrac{1}{6}.3a.4a.5a=10a^3$.

Vậy: $V_{DMNP}=\dfrac{8}{27}V_{DHIK}=\dfrac{8}{27}.\dfrac{1}{4}V_{DABC}=\dfrac{20a^3}{27}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $a\,(a>0)$ thoả mãn $\left(2^a+\dfrac{1}{2^a}\right)^{2017}\le\left(2^{2017}+\dfrac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

A. $0<a<1$. **B.** $a\ge 2017$. **C.** $1<a<2017$. **D.** $0\le a<2017$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có: $2017\ln\left(2^a+\dfrac{1}{2^a}\right)\le a\ln\left(2^{2017}+\dfrac{1}{2^{2017}}\right)$

$$\Leftrightarrow\frac{\ln\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)}{a}\le\frac{\ln\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)}{2017}\ \text{(do } a>0\text{)}$$

$$\Leftrightarrow\frac{\ln\left(4^a+1\right)-\ln 2^a}{a}\le\frac{\ln\left(4^{2017}+1\right)-\ln 2^{2017}}{2017}$$

$$\Leftrightarrow f(a)\le f(2017)(*)\ \text{với}\ f(t)=\frac{\ln\left(4^t+1\right)-\ln 2^t}{t}(t>0)$$

Ta có $f'(t)=\dfrac{\left(\dfrac{4^t\ln 4}{4^t+1}-\ln 2\right)t-\ln\left(4^t+1\right)+\ln 2^t}{t^2}=\dfrac{4^t\ln 4^t-\left(4^t+1\right)\ln\left(4^t+1\right)}{\left(4^t+1\right)t^2}$

Xét $g(s)=s\ln s$ với $s>1$, ta có $g'(s)=\ln s+1>0\ \forall s>1$ suy ra $g(s)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Mà với $t>0$ ta có $1<4^t<4^t+1$ nên $g\left(4^t\right)<g\left(4^t+1\right)\Leftrightarrow 4^t\ln 4^t<\left(4^t+1\right)\ln\left(4^t+1\right)$

suy ra $f'(t)<0\ \forall t>0$. Vậy $f(t)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$; do đó $(*)\Leftrightarrow a\geq 2017$.

Câu 36. Phương trình $\log_3(x+1)=2$ có nghiệm là

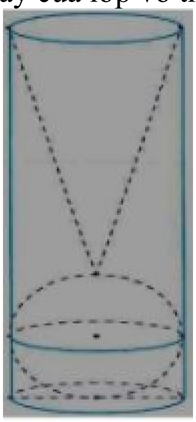
A. $x=27$. **B.** $x=8$. **C.** $x=4$. **D.** $x=9$.

Lời giải

Ta có $\log_3(x+1)=2\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\x+1=3^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x=8\end{cases}\Leftrightarrow x=8$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=8$

Câu 37. Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy, một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng đường kính phía trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{4}{9}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính của cốc nước hình trụ.

h' là chiều cao của khối nón.

V,V_1 lần lượt là thể tích của khối trụ và lượng nước còn lại.

Theo giả thiết ta có: $h=6r, h'=4r$.

Thể tích của khối trụ: $V=\pi r^2h=\pi r^2.6r=6\pi r^3$.

Thể tích khối cầu: $V_c=\dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Thể tích của khối nón: $V_n = \frac{1}{3}\pi r^2.h' = \frac{1}{3}\pi r^2.4r = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Thể tích của khối nước còn lại $V_1 = V - V_c - V_n = 6\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{10}{3}\pi r^3$.

Suy ra $\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{10}{3}\pi r^3}{6\pi r^3} = \frac{5}{9}$.

Câu 38. Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị nhận đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang

A. $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 2$.

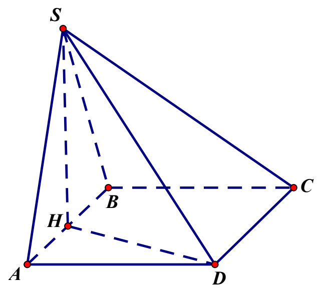
Lời giải

Vì $\lim_{x \to \pm\infty} y = 2$ nên đồ thị nhận đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang

Câu 39. **[Mức độ 2]**Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD = \frac{3}{2}a$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{a^3}{3}$ **B.** $\frac{2a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3}{2}$ **D.** $\frac{a^3}{4}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$

Do đó $SH \perp HD$ ta có: $SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = a$

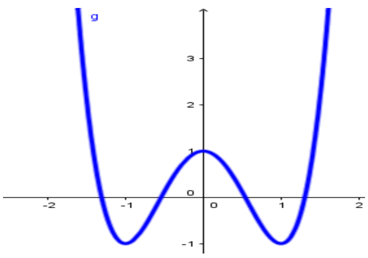
Có $S_{ABCD} = a^2$

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}a^3 (dvtt)$

Câu 40. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x - 2$. **D.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải



Từ đồ thị ta thấy $a>0$ loại đáp A, B. Và hình dáng đồ thị là hàm bậc bốn trùng phương do đó ta chọn phương án D

Câu 41. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

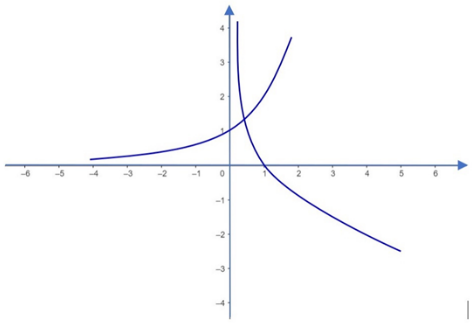
A. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$. **D.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$.

Lời giải

Xét hàm số $y=a^x$ có $y'=a^x.\ln a$. Để hàm số đồng biến trên tập xác định của nó thì $y'>0$. Do đó cơ số $a>0$.

Vậy hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ có cơ số $a=\sqrt{2}$ nên hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 42. Cho hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a,b>1$. **B.** $0<a,b<1$. **C.** $0<b<1<a$. **D.** $0<a<1<b$.

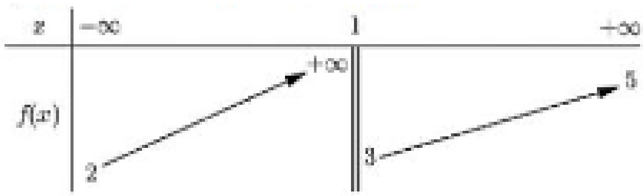
Lời giải

Hàm số $y=a^x$ có dáng đi lên nên $a>1$.

Hàm số $y=\log_b x$ có dáng đi xuống nên $0<b<1$.

Vậy $0<b<1<a$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{2f\left(x\right)-8}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có:

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{2f(x)-8}=\dfrac{3}{2}$,

+ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{2f(x)-8}=-\dfrac{3}{4}$,

Đồ thị có 2 TCN là hai đường thẳng: $y=\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{3}{4}$.

- Xét phương trình $f(x)=4$ có 2 nghiệm là $x=\alpha;\ x=\beta$, khi đó

+ $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{3}{2f(x)-8}=-\infty(+\infty);\quad \lim\limits_{x\to\beta}\dfrac{3}{2f(x)-8}=+\infty(-\infty)$

Đồ thị có 2 TCĐ là hai đường thẳng $x=\alpha;\ x=\beta$.

Vậy đồ thị có 4 đường TC.

Câu 44. Anh Bình muốn vay ngân hàng 200 triệu đồng theo phương thức trả góp (trả tiền vào cuối tháng) với lãi suất $0,75\%$ / tháng. Hỏi hàng tháng anh Bình phải trả số tiền là bao nhiêu (làm tròn đến nghìn đồng) để sau đúng hai năm thì trả hết nợ ngân hàng.

A. 9236000. **B.** 9137000. **C.** 9970000. **D.** 9971000.

Lời giải

Gọi q (triệu đồng) là số tiền hàng tháng anh Bình phải trả.

Cuối tháng thứ nhất, sau khi anh Bình trả số tiền q (triệu đồng) thì số tiền anh còn nợ là:

$$T_1=200\left(1+\frac{0,75}{100}\right)-q.$$

Cuối tháng thứ hai, sau khi anh Bình trả số tiền q (triệu đồng) thì số tiền anh còn nợ là:

$$T_2=200\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^2-q\left(1+\frac{0,75}{100}\right)-q.$$

Cuối tháng thứ ba, sau khi anh Bình trả số tiền q (triệu đồng) thì số tiền anh còn nợ là:

$$T_3=200\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^3-q\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^2-q\left(1+\frac{0,75}{100}\right)-q$$
$$=200\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^3-\frac{q\left[\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^3-1\right]}{\frac{0,75}{100}}.$$

...

Cuối tháng thứ N, sau khi anh Bình trả số tiền q (triệu đồng) thì số tiền anh còn nợ là:

$$T_N=200\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^N-q\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^{N-1}-q\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^{N-2}-\ldots-q$$
$$=200\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^N-\frac{q\left[\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^N-1\right]}{\frac{0,75}{100}}.$$

Đúng hai năm hết nợ, tức là ta có

$T_{24} = 0$

$$\Leftrightarrow 200\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^{24} = \frac{q\left[\left(1+\frac{0,75}{100}\right)^{24}-1\right]}{\frac{0,75}{100}}$$

$\Leftrightarrow q = 9,137$ (triệu đồng)

Vậy đáp án B.

Câu 45. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|\frac{x^2 - mx + 2m}{x-2}\right|$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S

A. $-\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

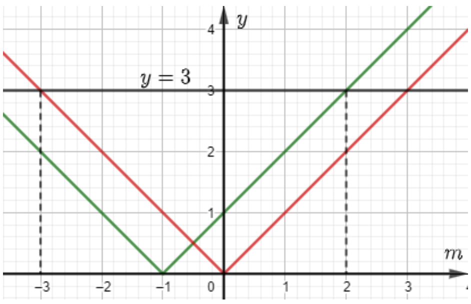
Ta có $y = \left|\frac{x^2 - mx + 2m}{x-2}\right| = \left|\frac{x^2}{x-2} - m\right|$

Đặt $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ ta có $f(x) \in [-1;0], \forall x \in [-1;1]$

Suy ra $\max\limits_{[-1;1]} y = \max\{|-1-m|;|-m|\} = \max\{|m+1|;|m|\}$

Cách 1:

Xét đồ thị hàm số $y = |m+1|$ và $y = |m|$



Từ đồ thị hàm số suy ra $\max\limits_{[-1;1]} y = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -3 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các giá trị các phần tử của S bằng -1

Cách 2:

$\max\limits_{[-1;1]} y = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m| = 3 \\ |m+1| \le 3 \end{cases} \\ \begin{cases} |m+1| = 3 \\ |m| \le 3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -3 \\ m = 2 \end{array}\right.$. Vậy tổng các giá trị các phần tử của S bằng -1

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(3\cos x+2\right)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $\left(-1;1\right)$ **B.** $\left(-1;3\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left[1;3\right)$.

Lời giải

Đặt $3\cos x+2=t$, khi $x\in\left(\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $t\in\left(2;5\right]$.

Để phương trình $f\left(3\cos x+2\right)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì phương trình $f\left(t\right)=m$ có nghiệm $t\in\left(2;5\right]$. Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình $f\left(t\right)=m$ có nghiệm $t\in\left(2;5\right]$ khi $m\in\left[1;3\right)$.

Câu 47. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 7. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 175π. **B.** $\dfrac{175\pi}{3}$. **C.** 35π. **D.** 70π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi rh=2\pi.5.7=70\pi$

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4+mx-\dfrac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$

Ta có: $y'=x^3+m+\dfrac{3}{2x^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\left(0;+\infty\right)$.

$\Leftrightarrow x^3 + m + \dfrac{3}{2x^2} \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \geq -x^3 - \dfrac{3}{2x^2}, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \geq \max\limits_{(0;+\infty)} g(x)$, với $g(x) = -x^3 - \dfrac{3}{2x^2}$

Ta có: $g'(x) = -3x^2 + \dfrac{3}{x^3} = \dfrac{-3x^5+3}{x^3}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{-3x^5+3}{x^3} = 0 \Leftrightarrow -3x^5 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{5}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có: $\max\limits_{(0;+\infty)} g(x) = -\dfrac{5}{2}$. Suy ra $\Leftrightarrow m \geq -\dfrac{5}{2}$.

Do m nguyên âm nên $m \in \{-2;-1\}$.

Câu 49. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3$; $u_6 = 27$. Khi đó công sai d bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Theo đề bài, ta có

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_6 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -3 \\ u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Rightarrow 5d = 30 \Rightarrow d = 6 .$$

Vậy công sai $d = 6$.

Câu 50. Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq} = 2a^2$. **B.** $S_{xq} = 2\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = \sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2$.

Lời giải

Theo đề bài, ta có $h = a\sqrt{3}, r = a$. Lại có $l^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow l = \sqrt{r^2+h^2} = \sqrt{a^2 + \left(a\sqrt{3}\right)^2} = 2a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi .r.l = 2\pi a^2 .$$