

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 101

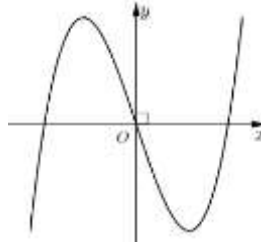
Câu 1. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

- A. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$ B. $y' = \frac{1}{x}$ C. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ D. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{4\}$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^4 + 2x^2$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 4. Cho $\int f(x)dx = \cos x + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = \sin x$. B. $f(x) = \cos x$. C. $f(x) = -\cos x$. D. $f(x) = -\sin x$.

Câu 5. Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{10}{3}}$. B. $a^{\frac{5}{6}}$. C. $a^{\frac{11}{6}}$. D. $a^{\frac{7}{3}}$.

Câu 6. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 75π . B. 30π . C. 25π . D. 5π .

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 1$ là

- A. $F(x) = e^x - x + C$. B. $F(x) = \frac{1}{x+1} e^{x+1} + x + C$.
C. $F(x) = e^x + x + C$. D. $F(x) = x e^{x-1} + x + C$.

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$. B. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$. C. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$. D. $\log(ab) = \log a + \log b$.

Câu 9. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 12.

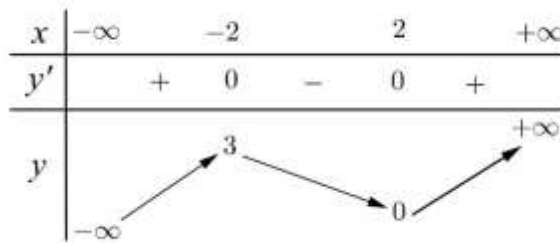
Câu 10. Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 36. B. 18. C. 72. D. 216.

Câu 11. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là:

- A. $\vec{a}(-3; 2; -1)$. B. $\vec{a}(-1; 2; -3)$. C. $\vec{a}(2; -1; -3)$. D. $\vec{a}(2; -3; -1)$.

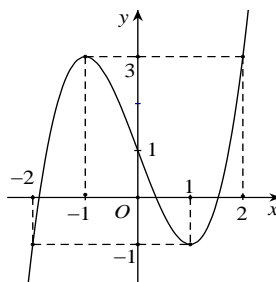
Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

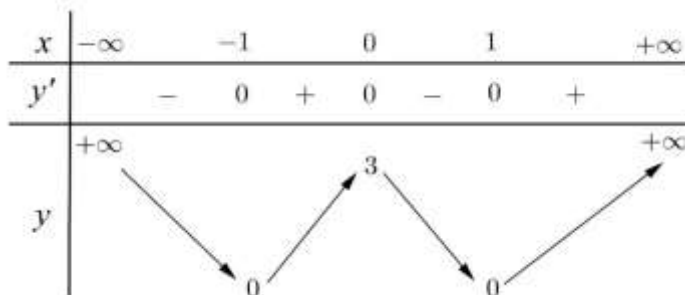


- A. $(-1; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 14. Có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử của tập $A = \{a; b; c; d; e; f\}$?

- A. 40. B. 20. C. 10. D. 80.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Hàm số có giá trị cực tiểu bằng

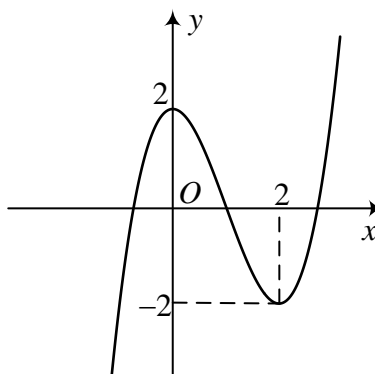
- A. 1 B. -1 C. 0 D. 3

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng

- A. -4 B. -259 C. 0 D. 68

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là



- A. 0 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = 1$. C. $y = -2$. D. $x = -1$.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{28\pi}{3}$. B. 14π . C. $\frac{14\pi}{3}$. D. 28π .

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 9. B. 6. C. 3. D. 18.

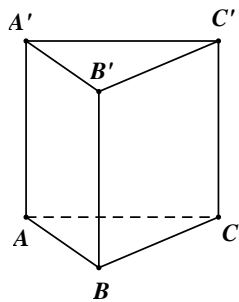
Câu 21. Với giá trị nào của x thì hàm số $y = x^2 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 1. B. $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$. C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x-2) + \log_{\frac{1}{2}}(6-5x) > 0$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$. C. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$. D. $S = \left[1; \frac{6}{5}\right]$.

Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3\sqrt{3}a^3$. B. $\sqrt{3}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $6\sqrt{3}a^3$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 2)$ và $B(3; -3; 2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A. $M(2; -4; 0)$ B. $M(2; 2; 4)$ C. $M(4; -8; 0)$ D. $M(1; 1; 2)$

Câu 25. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $[-4; +\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.
C. $m \in (-1; 0)$. D. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

Câu 28. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. \mathbb{R} .

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 30. Một nhóm học sinh gồm có 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 bạn. Tính xác suất để 2 bạn được chọn có 1 nam và 1 nữ.

- A. $\frac{7}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.

Câu 31. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{\sin^2 2x}$ là

- A. $F(x) = x^2 - \frac{1}{2} \cot 2x + C$. B. $F(x) = x^2 + \frac{1}{2} \cot 2x + C$.
 C. $F(x) = x^2 - \frac{1}{2} \tan 2x + C$. D. $F(x) = x^2 + \cot 2x + C$.

Câu 32. Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$.

- A. $P = 3$. B. $P = -14$. C. $P = 65$. D. $P = 10$.

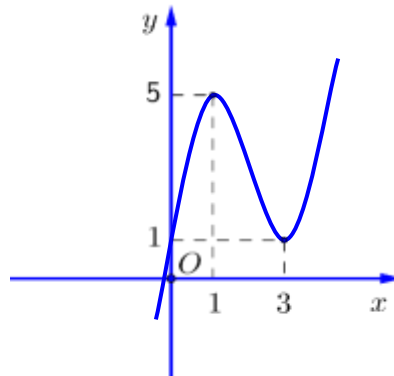
Câu 33. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có $AC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ D. $\sqrt{2}a^3$

Câu 34. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào trong những khoảng sau đây?

- A. $(-1; 3)$. B. $(1; 2)$. C. $(1; 4)$. D. $(-3; -1)$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



- A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
 C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$. D. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Câu 36. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $y = -x - 1$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 37. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2; d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- A. 225. B. 226. C. 224. D. 227.

Câu 38. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

A. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi$.

B. $S_{xq} = 4\pi$.

C. $S_{xq} = 2\pi$.

D. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi$.

Câu 39. Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 2023$, với m là tham số thực. Hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0; 2023)$ để phương trình $\log_2(mx) = 3\log_2(x+1)$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 4028.

B. 2011.

C. 2017.

D. 2016.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overline{MA} \cdot \overline{MB} + 2\overline{MB} \cdot \overline{MC} + 3\overline{MC} \cdot \overline{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + 2023c$ có giá trị là

A. $T = -1$.

B. $T = 3$.

C. $T = 1$.

D. $T = -3$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

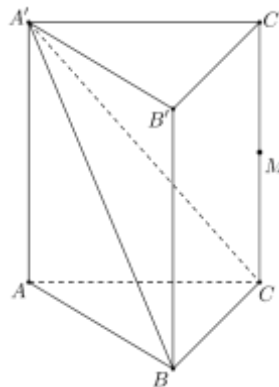
A. $\frac{3a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



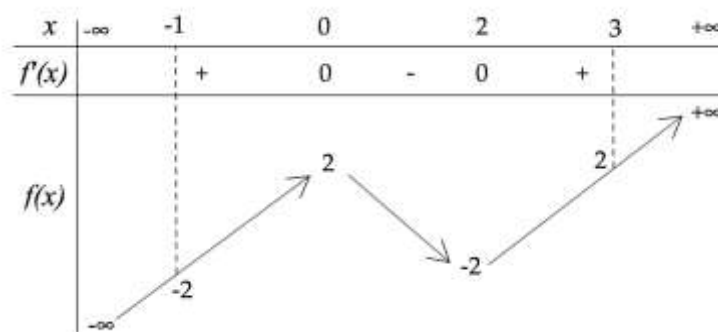
A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2\sin x + 1) = f(m)$ có nghiệm thực?

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0; 2023)$ để phương trình $|2^{|x|+1} - 8| = \frac{3}{2}x^2 + m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

- A. 2015. B. 2017. C. 2016. D. 4024.

Câu 46. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \frac{1}{t^2 + 3t + 2} (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc chuyển động của vật là $v(t)$. Hỏi vào thời điểm $t = 10$ (s) thì vận tốc của vật là bao nhiêu, biết $v'(t) = a(t)$ và vận tốc ban đầu của vật là $v_0 = 3 \ln 2$ (m/s)?

- A. 2,69 (m/s). B. 2,31 (m/s). C. 2,86 (m/s). D. 1,23 (m/s).

Câu 47. Ông A dự định làm một cái thùng phi hình trụ (không có nắp) với dung tích $1m^3$ bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không gỉ là 500.000 đồng. Hỏi chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 1.758.000 đồng. B. 1.107.000 đồng. C. 2.197.000 đồng. D. 2.790.000 đồng.

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là hai điểm thuộc hai nhánh của (C) và các tiếp tuyến của (C) tại A, B cắt các đường tiệm cận ngang và đứng của (C) lần lượt tại các điểm M, N, P, Q. Diện tích tứ giác MNPQ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 8. B. 16. C. 4. D. 32.

Câu 49. Giả sử đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$ có 3 điểm cực trị là A, B, C mà $x_A < x_B < x_C$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. (2; 4). B. (0; 2). C. (4; 6). D. (-2; 0).

Câu 50. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-2022; 2023)$ để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

- A. 2023. B. 2022. C. 2021. D. 2024.

----- H

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.D	5.C	6.A	7.C	8.D	9.A	10.D
11.B	12.B	13.A	14.B	15.C	16.A	17.C	18.B	19.B	20.C
21.C	22.C	23.A	24.D	25.B	26.D	27.A	28.B	29.B	30.B
31.B	32.D	33.A	34.B	35.B	36.D	37.B	38.D	39.D	40.D
41.A	42.C	43.D	44.B	45.C	46.A	47.C	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

A. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

B. $y' = \frac{1}{x}$.

C. $y' = \frac{\ln 10}{x}$.

D. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = (\log x)' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 2: Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

A. $S = \{3\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = \{4\}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy $S = \{2\}$.

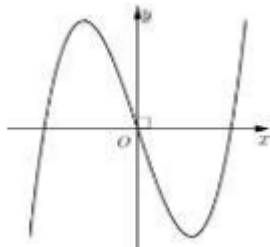
Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = -x^4 - 2x^2$.



Lời giải

Chọn A

Câu 4: Cho $\int f(x) dx = \cos x + C$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f(x) = \sin x$.

B. $f(x) = \cos x$.

C. $f(x) = -\cos x$.

D. $f(x) = -\sin x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \cos x + C \Rightarrow f(x) = (\cos x)' = -\sin x$.

Vậy $f(x) = -\sin x$.

Câu 5: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{10}{3}}$.

B. $a^{\frac{5}{6}}$.

C. $a^{\frac{11}{6}}$.

D. $a^{\frac{7}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{4+1}{2}} = a^{\frac{11}{6}}$.

- Câu 6:** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. 75π . **B.** 30π . **C.** 25π . **D.** 5π .

Lời giải**Chọn A**

Ta có thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 3 = 75\pi$.

- Câu 7:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 1$ là

A. $F(x) = e^x - x + C$. **B.** $F(x) = \frac{1}{x+1} e^{x+1} + x + C$.

C. $F(x) = e^x + x + C$. **D.** $F(x) = x e^{x-1} + x + C$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có: $F(x) = \int (e^x + 1) dx = e^x + x + C$.

- Câu 8:** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.

B. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.

C. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

D. $\log(ab) = \log a + \log b$.

Lời giải**Chọn D**

- Câu 9:** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. 4 . **B.** 3 . **C.** 6 . **D.** 12 .

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 = 4$.

- Câu 10:** Cho khối lập phương có cạnh bằng 6 . Thể tích của khối lập phương đã cho bằng
A. 36 . **B.** 18 . **C.** 72 . **D.** 216 .

Lời giải**Chọn D**

Ta có: $V = 6^3 = 216$.

- Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là

A. $\vec{a}(-3; 2; -1)$.

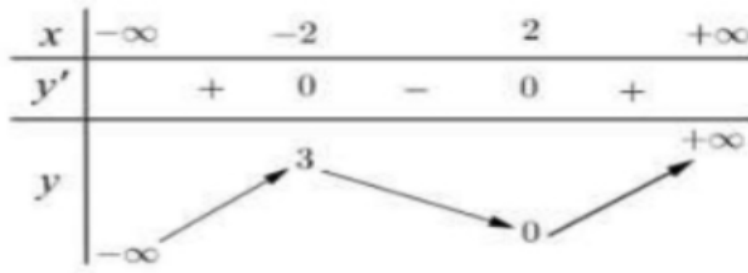
B. $\vec{a}(-1; 2; -3)$.

C. $\vec{a}(2; -1; -3)$.

D. $\vec{a}(2; -3; -1)$.

Lời giải**Chọn B**

- Câu 12:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



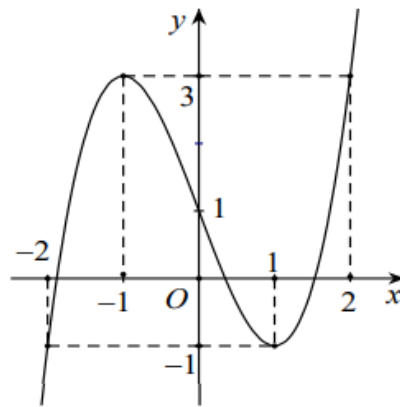
Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



- A. $(-1; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử của tập $A = \{a; b; c; d; e; f\}$?

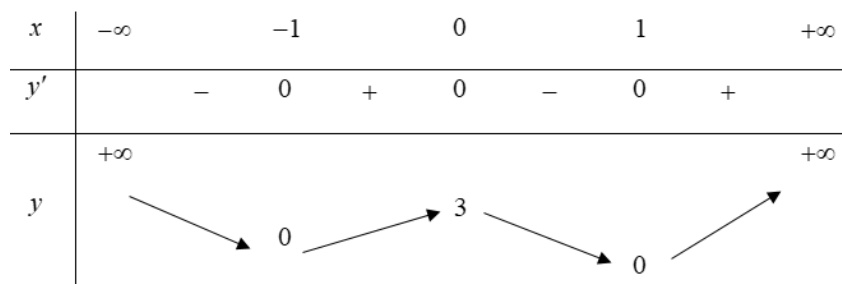
- A. 40. B. 20. C. 10. D. 80.

Lời giải

Chọn B

Số tập con gồm 3 phần tử của tập A là $C_6^3 = 20$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Hàm số có giá trị cực tiểu bằng?

- A. 1. B. -1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Câu 16: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng?

A. -4.

B. -259.

C. 0.

D. 68.

Lời giải

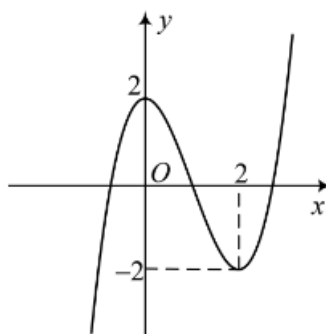
Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 4] \\ x = -\frac{7}{3} \notin [0; 4] \end{cases}$$

$$y(0) = 0; y(1) = -4; y(4) = 68$$

$$\text{Vậy } \min_{[0;4]} f(x) = -4$$

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$ là?



A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Vì đường thẳng $y = 3$ là đường thẳng song song với trục Ox nên dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ phương trình $f(x) = 3$ có 1 nghiệm.

Câu 18: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

A. $y = 2$.

B. $x = 1$.

C. $y = -2$

D. $x = -1$

Lời giải

Chọn B

Câu 19: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

A. $\frac{28\pi}{3}$.

B. 14π .

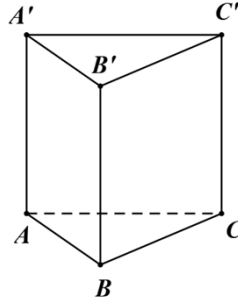
C. $\frac{14\pi}{3}$.

D. 28π .

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón bằng: $S_{xq} = \pi rl = 14\pi$



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $3\sqrt{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A

$$\bullet V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 3a = 3\sqrt{3}a^3.$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;2)$ và $B(3;-3;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A.** $M(2;-4;0)$. **B.** $M(2;2;4)$. **C.** $M(4;-8;0)$. **D.** $M(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\bullet M \text{ là trung điểm } AB \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5+(-3)}{2} = 1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+2}{2} = 2 \end{cases}$$

Vậy $M(1;1;2)$.

Câu 25: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 4x) - \log_3(2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 > 0 \\ x^2 + 4x = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1(TM)$$

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $[0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 4)$. **D.** $[-4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Câu 27: Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.

C. $m \in (-1; 0)$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có ba điểm cực trị khi:

$$-(m+1).m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty).$$

Câu 28: Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{2}{3}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi: $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60° .

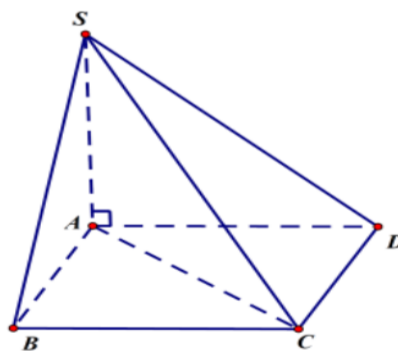
B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $SA \perp (ABCD)$

Suy ra hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC .

Do đó $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$

Xét tam giác vuông SAC có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Câu 30: Một nhóm học sinh gồm có 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 bạn. Tính xác suất để 2 bạn được chọn có 1 nam và 1 nữ.

- A. $\frac{7}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải

Chọn B

Ω : “Chọn ngẫu nhiên 2 bạn học sinh” $\Rightarrow n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

A : “2 bạn được chọn có 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ” $\Rightarrow n(A) = 4 \cdot 5 = 20$.

Ta có $P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

Câu 31: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{\sin^2 2x}$ là.

- A. $F(x) = x^2 - \frac{1}{2} \cot 2x + C$. B. $F(x) = x^2 + \frac{1}{2} \cot 2x + C$.
 C. $F(x) = x^2 - \frac{1}{2} \tan 2x + C$. D. $F(x) = x^2 + \cot 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x) = \int \left(2x - \frac{1}{\sin^2 2x} \right) dx = x^2 + \frac{1}{2} \cot 2x + C$.

Câu 32: Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$.

- A. $P = 3$. B. $P = -14$. C. $P = 65$. D. $P = 10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P = \log_a (x^2 y^3) = \log_a x^2 + \log_a y^3 = 2 \log_a x + 3 \log_a y = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 10$.

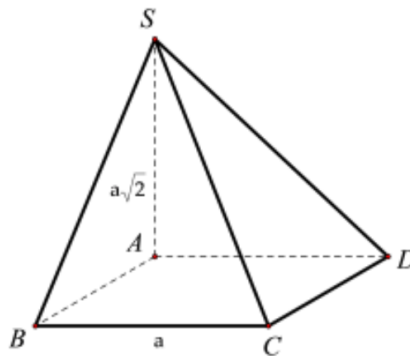
Câu 33: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có $AC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc

với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Hình chóp $S.ABCD$ có đường $SA = a\sqrt{2}$

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 34: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào trong những khoảng sau đây?

A. $(-1;3)$.

B. $(1;2)$.

C. $(1;4)$.

D. $(-3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

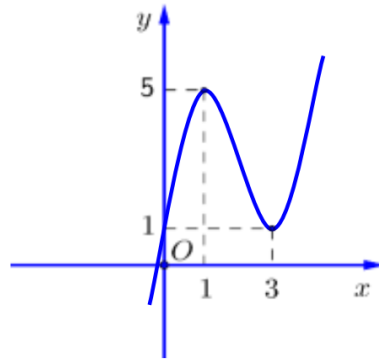
Ta có : $y' = x^2 - 4x + 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{1}{3}$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ dáng điệu sự biến thiên hàm số ta có $a > 0$.

Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.

Mặt khác $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $\frac{-2b}{3a} = 4 \Rightarrow b = -6a < 0; \frac{c}{3a} = 3 \Rightarrow c = 9a > 0$.

$\Rightarrow a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

Câu 36: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ và đường thẳng $y = -x - 1$ là

A. 0

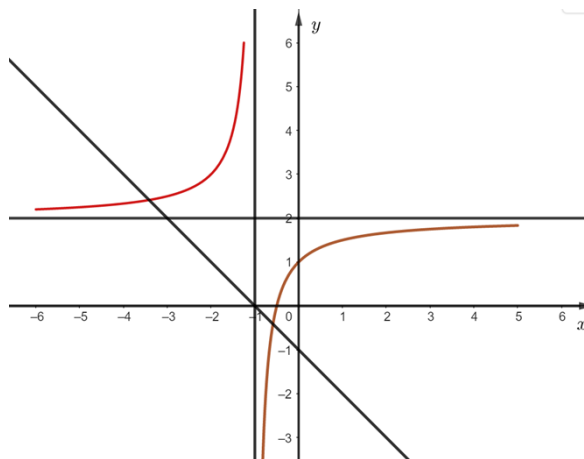
B. 1

C. 3

D. 2

Lời giải

Chọn D



Cách 1: Dựa vào đồ thị của hai hàm số ta kết luận có hai giao điểm

Cách 2: hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x + 1}{x + 1} = -x - 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + \sqrt{2} \\ x = -2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại hai điểm

Câu 37: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$, $d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

A. 225

B. 226

C. 224

D. 227

Lời giải

Chọn B

Theo công thức số hạng tổng quát của u_n ta có

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2023 = -2 + (n-1)9 \\ \Leftrightarrow n = 226$$

Vậy số 2023 là số hạng thứ 226.

Câu 38: Trong không gian, cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A , gọi I là trung điểm BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác $\triangle ABC$ xung quanh trục AI .

A. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi$.

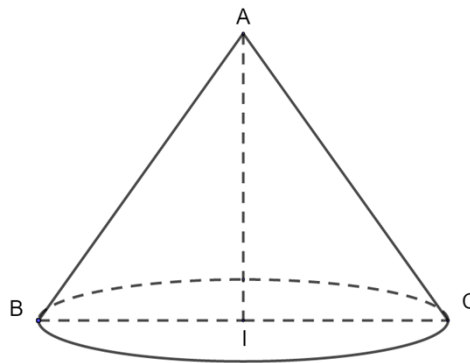
B. $S_{xq} = 4\pi$.

C. $S_{xq} = 2\pi$.

D. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn D



Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại A có $BC = 2$ suy ra $AC = \sqrt{2}$, $r = \frac{BC}{2} = 1$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \sqrt{2}\pi$.

Câu 39: Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 2023$, với m là tham số thực. Hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y = \begin{cases} x^3 - mx + 2023, & x \geq 0 \\ -x^3 - mx + 2023, & x < 0. \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} 3x^2 - m, & x \geq 0 \\ -3x^2 - m, & x < 0. \end{cases}$$

Nếu $m = 0$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		$+\infty$

↙ 2023 ↘

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có một cực trị.

Nếu $m > 0$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{m}{3}}$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\sqrt{\frac{m}{3}}$	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			$+\infty$

↘ ↗

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có một cực trị.

Nếu $m < 0$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{-m}{3}}$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{-m}{3}}$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$			$+\infty$

↘ ↗

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có một cực trị.

Vậy hàm số có tối đa một điểm cực trị.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0; 2023)$ để phương trình $\log_2(mx) = 3\log_2(x+1)$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 4028.

B. 2011.

C. 2017.

D. 2016.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \log_2(mx) = 3\log_2(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ mx = (x+1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m = x^2 + 3x + 3 + \frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\text{Đặt } f(x) = x^2 + 3x + 3 + \frac{1}{x}, \text{ ta có } f'(x) = 2x + 3 - \frac{1}{x^2} = \frac{2x^3 + 3x^2 - 1}{x^2}.$$

$$\text{Phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (vì } x > 0 \text{)}.$$

Lập bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$

↘ $\frac{27}{4}$ ↗

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m > \frac{27}{4}$.

Vậy $m \in \{7; 8; \dots; 2022\}$ có 2016 giá trị nguyên.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Khi đó $T = 12a + 12b + 2023c$ có giá trị là

A. $T = -1$.

B. $T = 3$.

C. $T = -1$.

D. $T = -3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M(a; b; c) \in (Oxy)$ nên $c = 0$. Do đó $M(a; b; 0)$.

$$\overrightarrow{MA} = (1-a; -1-b; 2), \quad \overrightarrow{MB} = (-2-a; -b; 3), \quad \overrightarrow{MC} = (-a; 1-b; -2).$$

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (1-a)(-2-a) + (-1-b)(-b) + 6 = a^2 + a + b^2 + b + 4,$$

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = (-2-a)(-a) + (-b)(1-b) - 6 = a^2 + 2a + b^2 - b - 6,$$

$$\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} = (-a)(1-a) + (1-b)(-1-b) - 4 = a^2 - a + b^2 - 5.$$

Suy ra

$$S = a^2 + a + b^2 + b + 4 + 2(a^2 + 2a + b^2 - b - 6) + 3(a^2 - a + b^2 - 5)$$

$$= 6a^2 + 2a + 6b^2 - b - 23$$

$$= 6\left(a + \frac{1}{6}\right)^2 + 6\left(b - \frac{1}{12}\right)^2 - \frac{557}{24}$$

$$\geq -\frac{557}{24}.$$

Do đó S đạt giá trị nhỏ nhất là $-\frac{557}{24}$ khi $a = -\frac{1}{6}$ và $b = \frac{1}{12}$.

Vậy $T = 12a + 12b + 2023c = -1$.

Câu 42: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $\frac{3a^3}{2}$.

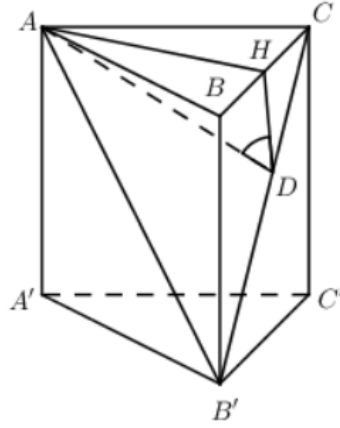
B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của BC ta có

$$AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B') \Rightarrow AH \perp B'C$$

Trong $(AB'C)$ kẻ $AD \perp B'C$

$$\Rightarrow B'C \perp (AHD) \Rightarrow B'C \perp HD$$

Ta có:

$$\begin{cases} (AB'C) \cap (BCC'B') = B'C \\ (AB'C) \supset AD \perp B'C \Rightarrow ((AB'C); \widehat{(BCC'B')}) = (\widehat{AD}; \widehat{HD}) = \widehat{ADH} \\ (BCC'B') \supset HD \perp B'C \end{cases}$$

Do tam giác ABC vuông cân và AH là đường trung tuyến nên $AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác AHD có $HD = AH \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Dễ thấy $\Delta CBB'$ đồng dạng với ΔCDH (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BB'}{HD} = \frac{CB'}{CH} \Rightarrow \frac{BB'}{\frac{a\sqrt{6}}{6}} = \frac{\sqrt{2a^2 + BB'^2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}BB' = \sqrt{2a^2 + BB'^2} \Leftrightarrow 2BB'^2 = 2a^2 \Leftrightarrow BB' = a$$

Trong tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a$.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{2}$$

$$\frac{d(C', (A'BC))}{d(A, (A'BC))} = \frac{C'I}{AI} = 1 \Rightarrow d(C', (A'BC)) = d(A, (A'BC))$$

Gọi N là trung điểm của BC thì $AN \perp BC$.

Mà $BC \perp A'A$ nên $BC \perp (A'AN)$

Kẻ $AH \perp A'N$.

Do $BC \perp (A'AN)$ nên $BC \perp AH$.

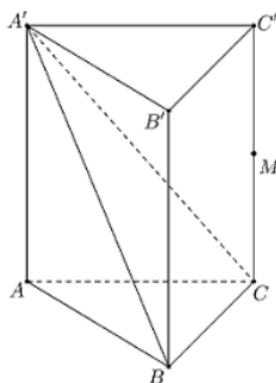
Vậy $AH \perp (A'BC)$ hay $d(A, (A'BC)) = AH$.

Ta có: $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $A'A = a$.

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{3a^2}{7} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{21}a}{7}$$

$$\Rightarrow d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}AH = \frac{\sqrt{21}a}{14}.$$

Cách 2:



Do $C'M \cap (A'BC) = C$, suy ra $\frac{d(M, (A'BC))}{d(C', (A'BC))} = \frac{C'M}{C'C} = \frac{1}{2}$

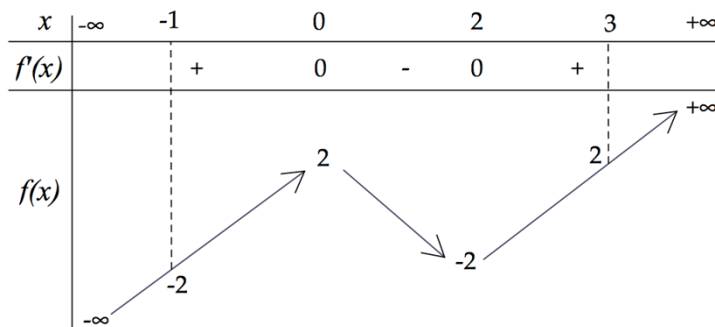
Ta có $V_{C'.A'BC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}.C'C.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lại có $A'B = a\sqrt{2}$, $CB = a$, $A'C = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{A'BC} = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$

$$\text{Suy ra } d(C', (A'BC)) = \frac{3V_{C', A'BC}}{S_{\Delta A'BC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}}{\frac{a^2 \sqrt{7}}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{vậy } d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2} d(C', (A'BC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{7} = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2\sin x + 1) = f(m)$ có nghiệm thực?

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2\sin x + 1 \in [-1; 3]$, bài toán trở thành tìm $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình $f(t) = f(m)$ có nghiệm $t \in [-1; 3]$.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = f(m)$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ trên đoạn $[-1; 3]$ khi và chỉ khi $-2 \leq f(m) \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn là: $\{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0; 2023)$ để phương trình $|2^{|x|+1} - 8| = \frac{3}{2}x^2 + m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. 2015.

B. 2017.

C. 2016.

D. 4024.

Lời giải

Chọn C

+ Nhận định phương trình luôn có ít nhất 2 nghiệm phân biệt.

$$\text{Xét hàm } g(x) = 2^{x+1} - \frac{3}{2}x^2 - 8 - m$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \text{ và } y(0) = -6 - m < 0 \text{ với } m > 0$$

Từ đó suy ra phương trình $g(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm dương.

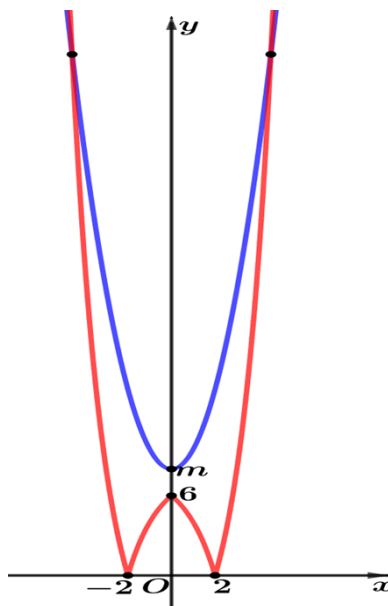
Vì $g(x)$ là hàm số chẵn nên phương trình ban đầu có ít nhất 2 nghiệm.

+ Xét hàm số $f(x) = 2^{x+1} - 8$ trên \mathbb{R} . Từ đó ta suy ra đồ thị của hàm số $y = |f(|x|)|$

Ta có: $f'(x) = 2^x \cdot \ln 4 > 0, \forall x$.

Xét hàm số $h(x) = \frac{3}{2}x^2$ trên \mathbb{R} . Từ đó tịnh tiến đồ thị $h(x)$ lên trên $m (m > 0)$ đơn vị theo

phương của trục Oy ta được đồ thị $y = \frac{3}{2}x^2 + m$.



Từ đồ thị, ta nhận thấy:

+ $0 < m < 6$ thì phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

+ $m = 6$ thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

+ $m > 6$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (0; 2023) \Rightarrow m = \{7; 8; 9; \dots; 2022\}$

- Câu 46:** Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \frac{1}{t^2 + 3t + 2} (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc chuyển động của vật là $v(t)$. Hỏi vào thời điểm $t = 10(s)$ thì vận tốc của vật là bao nhiêu, biết $v'(t) = a(t)$ và vận tốc ban đầu của vật là $v_0 = 3 \ln 2 (m/s)$?
- A.** $2,69(m/s)$. **B.** $2,31(m/s)$. **C.** $2,86(m/s)$. **D.** $1,23(m/s)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } v(t) &= \int a(t) dt = \int \frac{1}{t^2 + 3t + 2} dt \\ &= \int \left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{t+2} \right) dt = \ln \left| \frac{t+1}{t+2} \right| + C \end{aligned}$$

$$+ v(0) = \ln \left(\frac{1}{2} \right) + C = 3 \ln 2 \Rightarrow C = 4 \ln 2$$

$$+ \text{Tính } v(10) = \ln \left(\frac{11}{12} \right) + 4 \ln 2 \approx 2,69.$$

- Câu 47:** Ông A dự định làm một cái thùng phi hình trụ (không có nắp) với dung tích $1m^3$ bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không gỉ là 500.000 đồng. Hỏi chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?
- A.** 1.758.000 đồng **B.** 1.107.000 đồng **C.** 2.197.000 đồng **D.** 2.790.000 đồng

Lời giải

Chọn C

Gọi r và h lần lượt là bán kính và chiều cao của hình trụ. Khi đó, ta có $V = h\pi r^2 \Rightarrow h\pi r = \frac{1}{r}$.

Ta có diện tích vật liệu để làm thùng phi là $S = 2\pi rh + \pi r^2 = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \pi r^2$.

Áp dụng bất đẳng thức Am - gm $S = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \pi r^2 \geq 3\sqrt{\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \pi r^2} = 3\sqrt{\pi}$.

Khi đó chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là $3\sqrt[3]{\pi} 500.000 \approx 2.197.000$.

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi A, B là hai điểm thuộc hai nhánh của (C) và các tuyến tiếp của (C) tại A, B cắt các đường tiệm cận ngang và đứng của (C) lần lượt tại các điểm M, N, P, Q . Diện tích tứ giác $MNPQ$ có giá trị nhỏ nhất bằng?

A. 8

B. 16

C. 4

D. 32

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Gọi $A\left(a; \frac{a+1}{a-1}\right), B\left(b; \frac{b+1}{b-1}\right)$ ($a < 1 < b$) là hai điểm thuộc đồ thị (C) .

Ta có phương trình tiếp tuyến tại A và B lần lượt là $d_1: y = \frac{-2}{(a-1)^2}(x-a) + \frac{a+1}{a-1}$ và

$$d_2: y = \frac{-2}{(b-1)^2}(x-b) + \frac{b+1}{b-1}.$$

Thay $y=1$ vào d_1 ta có $1 = \frac{-2}{(a-1)^2}(x-a) + \frac{a+1}{a-1} \Leftrightarrow \frac{-2}{a-1} = \frac{-2}{(a-1)^2}(x-a) \Leftrightarrow x = 2a-1$

Thay $x=1$ vào d_1 ta có $y = \frac{-2}{(a-1)^2}(1-a) + \frac{a+1}{a-1} = \frac{2}{a-1} + \frac{2}{a-1} + 1 = \frac{4}{a-1} + 1$

Giao điểm của d_1 với đường thẳng $y=1$ là $M(2a-1; 1)$

Giao điểm của d_1 với đường thẳng $x=1$ là $N\left(1; \frac{4}{a-1} + 1\right)$

Giao điểm của d_2 với đường thẳng $y=1$ là $P(2b-1; 1)$

Giao điểm của d_2 với đường thẳng $x=1$ là $Q\left(1; \frac{4}{b-1} + 1\right)$

Tứ giác $MNPQ$ có hai đường chéo MP và NQ vuông góc nên $S_{MNPQ} = \frac{1}{2}MP \cdot NQ$.

$$\text{Ta có } = \frac{1}{2}MP \cdot NQ = (b-a) \left[\frac{4}{b-1} - \frac{4}{a-1} \right] = (b-a) \left[\frac{4}{b-1} + \frac{4}{1-a} \right] \geq (b-a) \frac{16}{b-a} = 16.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} b-1=1-a \\ (b-a) \left[\frac{4}{b-1} - \frac{4}{a-1} \right] = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}.$$

Câu 49: Giả sử đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$ có 3 điểm cực trị là A, B, C mà $x_A < x_B < x_C$.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. (2; 4).

B. (0; 2).

C. (4; 6).

D. (-2; 0).

Lời giải

Chọn A

$$y = (m^2 + 1)x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1 \Rightarrow y' = 4(m^2 + 1)x^3 - 4mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4(m^2 + 1)x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{m}{m^2 + 1} \end{cases}$$

Để hàm số có 3 điểm cực trị điều kiện là: $m > 0$.

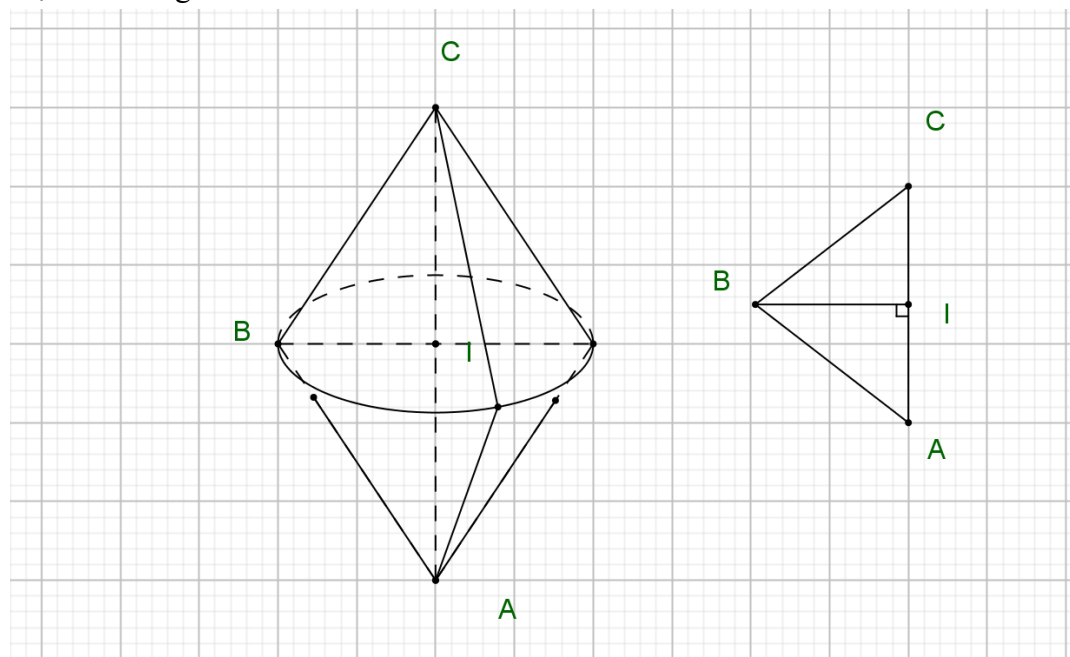
Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là nghiệm của phương trình $x^2 - \frac{m}{m^2 + 1} = 0$.

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$A(x_1; -mx_1^2 + m^2 + 1), B(0; m^2 + 1), C(x_2; -mx_2^2 + m^2 + 1)$$

Khi tam giác ABC quay quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay

Gọi I là trung điểm của AC .



Khối tròn xoay gồm 2 khối nón đối xứng nhau qua mặt đáy của nón

$$\text{Thể tích khối tròn xoay } V = 2V_{\text{nón}} = \frac{2}{3}\pi(IB)^2 \cdot IC.$$

Ta có $IC = \frac{AC}{2} = \sqrt{\frac{m}{m^2+1}}$, $IB^2 = (mx_2^2)^2 = m^2 \cdot \left(\frac{m}{m^2+1}\right)^2$.

$$V = 2V_{\text{non}} = \frac{2}{3} \pi m^2 \cdot \frac{m^2}{(m^2+1)^2} \sqrt{\frac{m}{m^2+1}} = \frac{2}{3} \pi \sqrt{\frac{m^9}{(m^2+1)^5}}$$

+ Xét hàm số $f(m) = \frac{m^9}{(m^2+1)^5}$

Có: $f'(m) = \frac{m^8(9-m^2)}{(m^2+1)^6}$; $f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = 3 (m > 0)$

Ta có BBT:

m	0	3	$+\infty$
$f'(m)$		+	0
$f(m)$	0	$\frac{3^9}{10^5}$	0

Vậy $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-2022; 2023)$ để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

A. 2023.

B. 2022.

C. 2021.

D. 2024.

Lời giải

Chọn D

$$m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x + (3m+2) \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + 3m > 0$$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x \Rightarrow \frac{1}{t} = \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x$. Do $x \in (-\infty; 0] \Rightarrow t \in (0; 1]$.

Ta được bất phương trình $t^2 + 3mt + (3m+2) > 0$

Bài toán đưa về tìm m nguyên $m \in (-2022; 2023)$ để bất phương trình $t^2 + 3mt + (3m+2) > 0$ đã cho nghiệm đúng với mọi $t \in (0; 1]$.

$$t^2 + 3mt + (3m+2) > 0 \Leftrightarrow -3m < \frac{t^2+2}{t+1}, (t \in (0; 1]).$$

Đặt $h(t) = \frac{t^2+2}{t+1} \Rightarrow h'(t) = \frac{t^2+2t-2}{(t+1)^2} \Rightarrow h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 + \sqrt{3} \in (0; 1] \\ t = -1 - \sqrt{3} \notin (0; 1] \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

t	0	$-1 + \sqrt{3}$	1	
$h'(t)$		-	0	+
$h(t)$	2		$-2 + 4\sqrt{3}$	$\frac{3}{2}$

Vậy để bất phương trình luôn đúng với mọi $t \in (0;1]$ điều kiện là

$$-3m < -2 + 4\sqrt{3} \Rightarrow m > \frac{2 - 4\sqrt{3}}{3} \approx -1.64.$$

Do m nguyên $m \in (-2022; 2023)$ nên có 2024 giá trị thỏa mãn.

----- HẾT -----