SỞ GD - ĐT NAM ĐỊNH

TRƯỜNG THPT TRẦN HƯNG ĐẠO

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP LẦN 1

Năm học 2022 – 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ 001

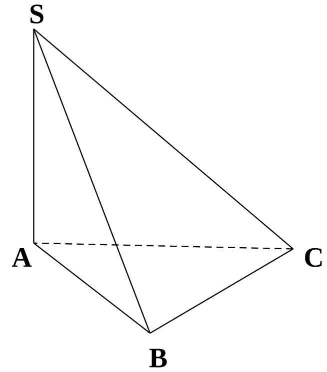
Môn: Toán. Lớp: 12

(Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M\left(-4;5\right)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây ?

A. $z=-4+5i$. **B.** $z=-4-5i$. **C.** $z=4-5i$. **D.** $z=-5+4i$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



A. $V=\dfrac{3}{4}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}a^3$.

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

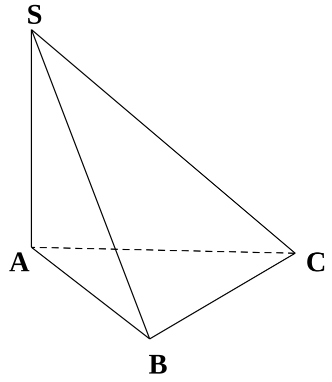
Câu 4: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right)$: $2x-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\vec{n}=\left(2;0;-1\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(2;0;3\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(0;2;-1\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(2;-1;3\right)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+3}>\dfrac{1}{25}$ là

A. $\left(-\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với $\left(ABC\right)$, tam giác ABC đều cạnh bằng a, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 7: Cho $\log_a b = 3,\ \log_a c = -4$. Khi đó $P = \log_a\left(\frac{a^3\sqrt{c}}{b^2}\right)$ bằng bao nhiêu ?

A. $P = -5$. **B.** $P = -1$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = 11$.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_5 - u_1 = 20$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

A. $d = 5$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = -4$. **D.** $d = -5$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 10: Biết $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C$, khi đó $f(x)$ bằng

A. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3$. **B.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x$. **C.** $f(x) = 5^x + 3x$. **D.** $f(x) = 5^x + 3$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 12: Nếu $\int_{-1}^{3} f(x)\mathrm{d}x = -5$ và $\int_{3}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 6. **D.** -4.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Đường kính của mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{14}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{14}$. **D.** 8.

Câu 14: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2022}{x+2023}$ cắt trục hoành tại điểm có tọa độ là

A. $(0;-2023)$. **B.** $(-2022;0)$. **C.** $(2023;0)$. **D.** $(0;2023)$.

Câu 15: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) < -2$.

A. $(12;+\infty)$. **B.** $(-\infty;12)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{7}{3}\right)$. **D.** $(3;12)$.

Câu 16: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i+1)$.

A. $\bar{z} = -3 + i$. **B.** $\bar{z} = 3 + i$. **C.** $\bar{z} = 3 - i$. **D.** $\bar{z} = -3 - i$.

Câu 17: Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 25. **D.** 7.

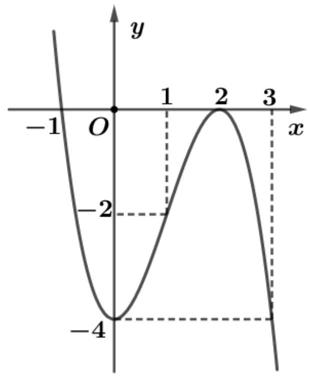
Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 19: Cho tập hợp A có 10 phần tử, số tập con gồm 2 phần tử của A là

A. A_{10}^2. **B.** 10^2. **C.** C_{10}^2. **D.** A_{10}^8.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào ?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=(\pi+1)^x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 22: Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x+1}$?

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $(0;2)$. **B.** $y=-5$. **C.** $x=3$. **D.** $(3;-5)$.

Câu 24: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln 2023}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2023}$. **D.** $y'=\dfrac{-1}{x\ln 2023}$.

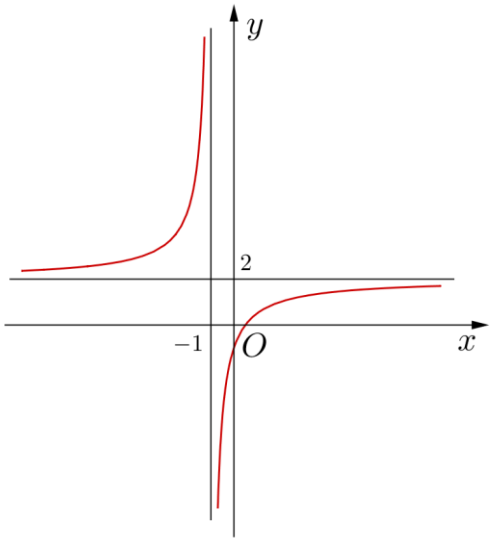
Câu 25: Nếu $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^6 [x+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 39. **C.** 21. **D.** 6.

Câu 26: Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 6π. **B.** 36π. **C.** 108π. **D.** 18π.

Câu 27: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ ?



A. $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 28: Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. 60. **B.** 80. **C.** 100. **D.** 20.

Câu 29: Phương trình đường thẳng đi qua $A(1;-2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$ là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-2}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{2}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) có tọa độ bằng

A. $(3;-2;1)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(-3;2;-1)$. **D.** $(0;2;-1)$.

Câu 31: Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R=3$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (P) bằng 1. Chu vi đường tròn (C) bằng

A. $4\sqrt{2}\pi$. **B.** $2\sqrt{2}\pi$. **C.** 8π. **D.** 4π.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=4-3\sin x$ và $f(0)=5$. Tìm hàm số $f(x)$.

A. $f(x)=4x+3\cos x+1$. **B.** $f(x)=4x-3\cos x+1$.

C. $f(x)=4x-3\cos x+8$. **D.** $f(x)=4x+3\cos x+2$.

Câu 33: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện $|z-(1-2i)|=2$ là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2=4$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $3f(x)-m=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $-6<m<12$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $-6\le m\le 12$. **D.** $-2\le m\le 4$.

Câu 36: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn là một số chia hết cho 5.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 37: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=x^3-6x$ và $y=x^2$ bằng

A. $\frac{125}{12}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{63}{4}$. **D.** $\frac{253}{12}$.

Câu 38: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm z_1,z_2 phân biệt thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)\left|z_2\right|$?

A. 5. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 6.

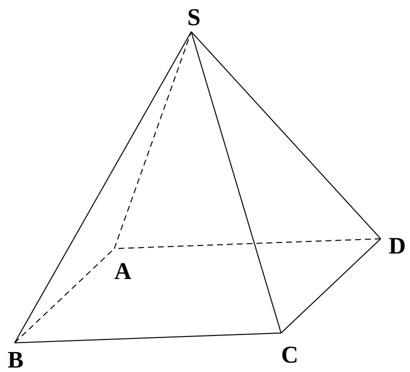
Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3\left(x+31\right)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\ge 0$?

A. 27. **B.** Vô số. **C.** 28. **D.** 26.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=mx^4+\left(m^2-4\right)x^2+2$ có đúng một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu ?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và SC.



A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{42}}{14}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $(d_1):\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$, $(d_2):\frac{x-4}{2}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+3}{-1}$. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ là

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{2}$. **B.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{-2}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$. **D.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} e^{2x}+1 & \text{khi } x\ge 0 \\ 4x+2 & \text{khi } x<0 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(-2)=5$. Biết rằng $F(1)+3F(-1)=ae^2+b$ (trong đó a,b là các số hữu tỉ). Khi đó $a+b$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 10.

Câu 44: Cho hình nón (N) có đỉnh S, chiều cao $h=3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. 81π. **B.** 27π. **C.** 36π. **D.** 12π.

Câu 45: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w=\dfrac{z+3i-1}{z+3+i}$ là thuần ảo. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1-3i|^2-|z_2-3i|^2$ bằng

A. 10. **B.** 20. **C.** $2\sqrt{26}$. **D.** $4\sqrt{26}$.

Câu 46: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $BC=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA', biết hai mặt phẳng (MBC) và $(MB'C')$ vuông góc với nhau. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A,B,C là tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$, $\widehat{BMC}=90^\circ$, $\widehat{CMA}=120^\circ$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. $\dfrac{10}{3}$. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)-xf'(x).\ln x=2x^2f^2(x), \forall x\in(1;+\infty)$. Biết $f(x)>0,\forall x\in(1;+\infty)$ và $f(\mathrm{e})=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=xf(x),\ y=0,\ x=e,\ x=e^2$.

A. $S=\dfrac{1}{2}$. **B.** $S=2$. **C.** $S=\dfrac{3}{2}$. **D.** $S=\dfrac{5}{3}$.

Câu 49: Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $y\le 20$ thỏa mãn

$\log_{2023}\dfrac{x+1}{y+1}+x^2y^2+2xy^2\le(y+2)y^3$?

A. 380. **B.** 210. **C.** 420. **D.** 200.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ của tham số thực m để hàm số $y=\left|e^{3x}-3(m+2)e^{2x}+3m(m+4)e^x\right|$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;\ln 2)$?

A. 4047. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 4045.

----------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
THI THỬ VÒNG 1 NĂM HỌC 2022 – 2023

001	1	A	002	1	A	003	1	A	004	1	B	005	1	A	006	1	A
001	2	B	002	2	D	003	2	B	004	2	D	005	2	A	006	2	B
001	3	B	002	3	A	003	3	D	004	3	D	005	3	C	006	3	C
001	4	A	002	4	B	003	4	A	004	4	A	005	4	C	006	4	A
001	5	A	002	5	C	003	5	D	004	5	B	005	5	A	006	5	A
001	6	B	002	6	D	003	6	C	004	6	B	005	6	D	006	6	A
001	7	A	002	7	A	003	7	B	004	7	C	005	7	B	006	7	D
001	8	A	002	8	A	003	8	D	004	8	C	005	8	A	006	8	C
001	9	C	002	9	D	003	9	C	004	9	A	005	9	C	006	9	B
001	10	D	002	10	B	003	10	A	004	10	C	005	10	D	006	10	A
001	11	C	002	11	C	003	11	A	004	11	B	005	11	B	006	11	B
001	12	D	002	12	D	003	12	D	004	12	B	005	12	D	006	12	D
001	13	D	002	13	C	003	13	B	004	13	A	005	13	C	006	13	C
001	14	B	002	14	C	003	14	C	004	14	D	005	14	A	006	14	C
001	15	A	002	15	B	003	15	A	004	15	C	005	15	D	006	15	D
001	16	D	002	16	A	003	16	C	004	16	B	005	16	B	006	16	C
001	17	B	002	17	B	003	17	A	004	17	D	005	17	C	006	17	C
001	18	B	002	18	C	003	18	D	004	18	B	005	18	A	006	18	B
001	19	C	002	19	A	003	19	A	004	19	D	005	19	B	006	19	B
001	20	D	002	20	D	003	20	D	004	20	A	005	20	D	006	20	D
001	21	D	002	21	D	003	21	C	004	21	A	005	21	C	006	21	A
001	22	B	002	22	B	003	22	B	004	22	B	005	22	C	006	22	D
001	23	C	002	23	C	003	23	A	004	23	C	005	23	D	006	23	D
001	24	C	002	24	A	003	24	D	004	24	D	005	24	D	006	24	C
001	25	C	002	25	C	003	25	A	004	25	C	005	25	D	006	25	B
001	26	D	002	26	B	003	26	C	004	26	B	005	26	A	006	26	D
001	27	D	002	27	B	003	27	B	004	27	C	005	27	D	006	27	A
001	28	B	002	28	B	003	28	C	004	28	A	005	28	B	006	28	C
001	29	C	002	29	D	003	29	C	004	29	A	005	29	D	006	29	C
001	30	C	002	30	A	003	30	B	004	30	C	005	30	B	006	30	A
001	31	A	002	31	A	003	31	D	004	31	B	005	31	B	006	31	B
001	32	D	002	32	A	003	32	B	004	32	C	005	32	A	006	32	B
001	33	B	002	33	A	003	33	B	004	33	A	005	33	A	006	33	C
001	34	A	002	34	C	003	34	D	004	34	D	005	34	A	006	34	A
001	35	A	002	35	A	003	35	C	004	35	A	005	35	A	006	35	D
001	36	D	002	36	B	003	36	B	004	36	B	005	36	A	006	36	B
001	37	D	002	37	A	003	37	D	004	37	D	005	37	C	006	37	A
001	38	A	002	38	B	003	38	B	004	38	C	005	38	C	006	38	C
001	39	A	002	39	D	003	39	C	004	39	C	005	39	A	006	39	B
001	40	A	002	40	D	003	40	C	004	40	D	005	40	D	006	40	A
001	41	C	002	41	C	003	41	C	004	41	A	005	41	B	006	41	B
001	42	C	002	42	B	003	42	A	004	42	B	005	42	C	006	42	D
001	43	B	002	43	C	003	43	A	004	43	D	005	43	D	006	43	C
001	44	B	002	44	D	003	44	B	004	44	C	005	44	B	006	44	A
001	45	D	002	45	D	003	45	C	004	45	A	005	45	C	006	45	D
001	46	B	002	46	C	003	46	A	004	46	D	005	46	C	006	46	D
001	47	C	002	47	D	003	47	C	004	47	D	005	47	B	006	47	D
001	48	C	002	48	B	003	48	B	004	48	D	005	48	B	006	48	A
001	49	B	002	49	C	003	49	D	004	49	A	005	49	C	006	49	B
001	50	D	002	50	C	003	50	D	004	50	D	005	50	B	006	50	A

007	1	D	008	1	B	009	1	C	010	1	B	011	1	D	012	1	B
007	2	A	008	2	B	009	2	B	010	2	C	011	2	D	012	2	A
007	3	B	008	3	C	009	3	A	010	3	D	011	3	B	012	3	A
007	4	D	008	4	A	009	4	C	010	4	B	011	4	D	012	4	B
007	5	B	008	5	D	009	5	B	010	5	D	011	5	D	012	5	A
007	6	C	008	6	A	009	6	C	010	6	D	011	6	C	012	6	B
007	7	A	008	7	C	009	7	D	010	7	A	011	7	D	012	7	B
007	8	D	008	8	C	009	8	B	010	8	C	011	8	B	012	8	D
007	9	C	008	9	B	009	9	A	010	9	B	011	9	A	012	9	B
007	10	A	008	10	C	009	10	D	010	10	C	011	10	C	012	10	D
007	11	D	008	11	C	009	11	D	010	11	C	011	11	C	012	11	B
007	12	A	008	12	B	009	12	B	010	12	B	011	12	B	012	12	A
007	13	C	008	13	A	009	13	C	010	13	A	011	13	B	012	13	D
007	14	B	008	14	B	009	14	A	010	14	B	011	14	C	012	14	A
007	15	C	008	15	B	009	15	B	010	15	B	011	15	D	012	15	C
007	16	D	008	16	A	009	16	D	010	16	C	011	16	A	012	16	A
007	17	B	008	17	B	009	17	C	010	17	D	011	17	C	012	17	C
007	18	B	008	18	D	009	18	D	010	18	D	011	18	A	012	18	B
007	19	A	008	19	D	009	19	B	010	19	A	011	19	A	012	19	A
007	20	D	008	20	C	009	20	A	010	20	D	011	20	A	012	20	B
007	21	C	008	21	A	009	21	D	010	21	A	011	21	B	012	21	D
007	22	A	008	22	B	009	22	C	010	22	B	011	22	B	012	22	B
007	23	D	008	23	C	009	23	C	010	23	B	011	23	C	012	23	C
007	24	B	008	24	A	009	24	B	010	24	C	011	24	D	012	24	C
007	25	C	008	25	D	009	25	A	010	25	A	011	25	C	012	25	D
007	26	C	008	26	A	009	26	A	010	26	C	011	26	B	012	26	C
007	27	A	008	27	C	009	27	A	010	27	D	011	27	A	012	27	A
007	28	D	008	28	A	009	28	D	010	28	A	011	28	D	012	28	C
007	29	D	008	29	D	009	29	C	010	29	D	011	29	D	012	29	C
007	30	B	008	30	C	009	30	C	010	30	C	011	30	B	012	30	D
007	31	C	008	31	C	009	31	D	010	31	B	011	31	B	012	31	A
007	32	A	008	32	D	009	32	A	010	32	C	011	32	B	012	32	C
007	33	A	008	33	D	009	33	A	010	33	B	011	33	A	012	33	D
007	34	D	008	34	C	009	34	A	010	34	A	011	34	B	012	34	D
007	35	A	008	35	D	009	35	D	010	35	D	011	35	C	012	35	D
007	36	C	008	36	D	009	36	A	010	36	A	011	36	D	012	36	A
007	37	D	008	37	D	009	37	C	010	37	A	011	37	A	012	37	C
007	38	B	008	38	C	009	38	D	010	38	A	011	38	A	012	38	C
007	39	C	008	39	C	009	39	B	010	39	D	011	39	B	012	39	B
007	40	D	008	40	A	009	40	D	010	40	A	011	40	C	012	40	A
007	41	B	008	41	B	009	41	D	010	41	A	011	41	B	012	41	A
007	42	B	008	42	C	009	42	D	010	42	C	011	42	A	012	42	A
007	43	C	008	43	D	009	43	A	010	43	A	011	43	C	012	43	D
007	44	C	008	44	A	009	44	C	010	44	D	011	44	A	012	44	C
007	45	B	008	45	A	009	45	A	010	45	C	011	45	A	012	45	D
007	46	D	008	46	B	009	46	B	010	46	A	011	46	B	012	46	C
007	47	A	008	47	B	009	47	C	010	47	B	011	47	D	012	47	B
007	48	D	008	48	D	009	48	B	010	48	C	011	48	C	012	48	D
007	49	B	008	49	B	009	49	B	010	49	D	011	49	C	012	49	B
007	50	A	008	50	A	009	50	B	010	50	B	011	50	D	012	50	D

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.B**	**3.B**	**4.A**	**5.A**	**6.B**	**7.A**	**8.A**	**9.C**	**10.D**
11.B.C	**12.D**	**13.D**	**14.B**	**15.A**	**16.D**	**17.B**	**18.B**	**19.C**	**20.D**
21.D	**22.B**	**23.C**	**24.C**	**25.C.**	**26.D**	**27.D**	**28.B**	**29.C**	**30.C**
31.A	**32.D**	**33.B**	**34.A**	**35.A**	**36.D**	**37.D**	**38.A**	**39.A**	**40.A**
41.C	**42.C**	**43.B**	**44.B**	**45.C**	**46.B**	**47.C**	**48.C**	**49.B**	**50.D**

GIẢI CHI TIẾT

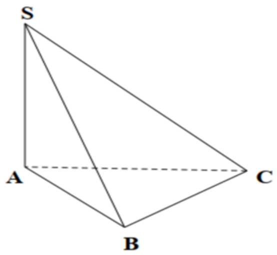
Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M\left(-4;5\right)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z=-4+5i.$ **B.** $z=-4-5i.$ **C.** $z=4-5i.$ **D.** $z=-5+4i.$

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



A. $V=\dfrac{3}{4}a^3.$ **B.** $V=a^3.$ **C.** $V=2a^3\sqrt{2}.$ **D.** $V=\dfrac{1}{2}a^3.$

Lời giải

Chọn B

$V=\dfrac{1}{3}hS=\dfrac{1}{3}.\sqrt{3}.\left(2a\right)^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}.=a^3$

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}\ \ y'=\dfrac{-3}{\left(x-1\right)^2}<0$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\vec{n}=\left(2;0;-1\right).$ **B.** $\vec{n}=\left(2;0;3\right).$ **C.** $\vec{n}=\left(0;2;-1\right).$ **D.** $\vec{n}=\left(2;-1;3\right).$

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+3} > \frac{1}{25}$ là

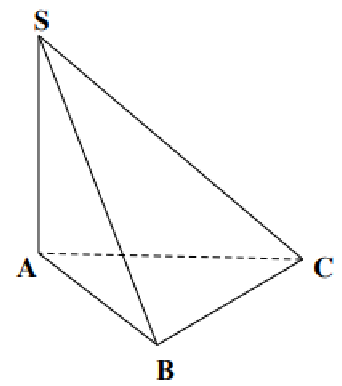
A. $\left(-\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$5^{2x+3} > \frac{1}{25} \Leftrightarrow 5^{2x+3} > 5^{-2} \Leftrightarrow 2x+3 > -2 \Leftrightarrow x > \frac{-5}{2}$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), tam giác ABC đều cạnh bằng a, $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn B

Có $\tan\left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \tan\widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \widehat{SCA} = 60°$.

Câu 7: Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -4$. Khi đó $P = \log_a\left(\frac{a^3\sqrt{c}}{b^2}\right)$ bằng bao nhiêu?

A. -5. **B.** -1. **C.** 7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Có $P = \log_a\left(\frac{a^3\sqrt{c}}{b^2}\right) = \log_a\left(a^3\sqrt{c}\right) - \log_a b^2 = 3 + \frac{1}{2}\log_a c - 2\log_a b = 3 + \frac{1}{2}.(-4) - 2.3 = -5$.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_5 - u_1 = 20$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

A. 5. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A

Có $u_5 - u_1 = 20 \Leftrightarrow u_1 + 4d - u_1 = 20 \Leftrightarrow 4d = 20 \Leftrightarrow d = 5$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C

Góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng $90°$.

Câu 10: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C$. Khi đó $f(x)$ bằng

A. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3$. **B.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x$. **C.** $f(x) = 5^x + 3x$. **D.** $5^x + 3$.

Lời giải

Chọn D

Có $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C \Rightarrow f(x) = \left(\frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C\right)' = 5^x + 3$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\mathrm{d}: \frac{\mathrm{x}-1}{2} = \frac{\mathrm{y}+3}{-1} = \frac{\mathrm{z}}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-3t \\ z = 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3-t \\ z = 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -3-t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 1-3t \\ z = 3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12: Nếu $\int_{-1}^{3} f(x)dx = -5$ và $\int_{3}^{5} f(x)dx = 1$ thì $\int_{-1}^{5} f(x)dx$ bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 6. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

$\int_{-1}^{5} \mathrm{f}(\mathrm{x})\mathrm{dx} = \int_{-1}^{3} \mathrm{f}(\mathrm{x})\mathrm{dx} + \int_{3}^{5} \mathrm{f}(\mathrm{x})\mathrm{dx} = -5 + 1 = -4.$

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Đường kính mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{14}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{14}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$2\mathrm{R} = 2\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - (-2)} = 8.$

Câu 14: Hàm số $y = \frac{x+2022}{x+2023}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là

A. $(0;-2023)$. **B.** $(-2022;0)$. **C.** $(2023;0)$. **D.** $(0;2023)$.

Lời giải

Chọn B

$y = \frac{x+2022}{x+2023} = 0 \Rightarrow x = -2022.$

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) < -2.$ là

A. $(12;+\infty)$.   **B.** $(-\infty;12)$.   **C.** $\left(-\infty;\frac{7}{3}\right)$.   **D.** $(3;12)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>3$

$\log_{\frac{1}{3}}(x-3)<-2 \Leftrightarrow x-3>9 \Leftrightarrow x>12.$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S=(12;+\infty)$.

Câu 16: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$.

A. $\overline{z}=-3+i$.   **B.** $\overline{z}=3+i$.   **C.** $\overline{z}=3-i$.   **D.** $\overline{z}=-3-i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=i(3i+1)=-3+i \Rightarrow \overline{z}=-3-i$.

Câu 17: Môđun của số phức $z=3+4i$ bằng

A. $\sqrt{5}$.   **B.** 5.   **C.** 25.   **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

$|z|=|3+4i|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 3.   **B.** 1.   **C.** 2.   **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow (2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ x=-2 \\ x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$.

Nhận thấy phương trình $f'(x)=0$ chỉ có 1 nghiệm bội lẻ là $x=-\frac{1}{2}$. Do đó hàm số $f(x)$ chỉ có 1 điểm cực trị.

Câu 19: Cho tập hợp A có 10 phần tử, số tập con gồm 2 phần tử của A là

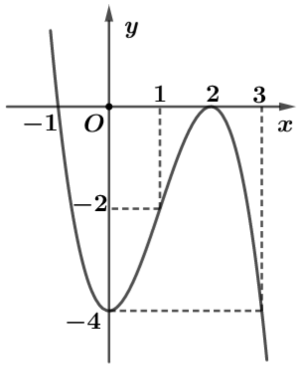
A. A_{10}^2.   **B.** 10^2.   **C.** C_{10}^2.   **D.** A_{10}^8.

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 2 phần tử của A là C_{10}^2.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=\left(\pi+1\right)^{x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **B.** $\left(-1;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\pi+1$ là một hằng số nên tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}$.

Câu 22: Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x+1}$.

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-3}{2x+1}=\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 23: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của của hàm số đã cho là

A. $\left(0;\ 2\right)$. **B.** $y=-5$. **C.** $x=3$. **D.** $\left(3;-5\right)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực tiểu của của hàm số đã cho là $x=3$.

Câu 24: Trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = \frac{\ln 2023}{x}$. **C.** $y' = \frac{1}{x\ln 2023}$. **D.** $y' = -\frac{1}{x\ln 2023}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{1}{x\ln 2023}$.

Câu 25: Nếu $\int_0^6 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^6 [x + f(x)]dx$ bằng

A. 9. **B.** 39. **C.** 21. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^6 [x + f(x)]dx = \int_0^6 x\,dx + \int_0^6 f(x)dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^6 + 3 = 18 + 3 = 21$.

Câu 26: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 6$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

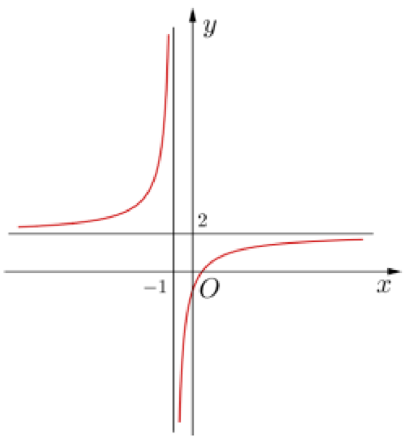
A. 6π. **B.** 36π. **C.** 108π. **D.** 18π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = \pi rl = \pi.3.6 = 18\pi$.

Câu 27: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = \frac{2x-2}{x-1}$. **B.** $y = \frac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y = \frac{x+2}{x+1}$. **D.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

$\lim\limits_{x\to -1^+} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} y = 2$

Đồ thị hàm số có TCĐ là $x = -1$ và TCN là $y = 2$

Câu 28: Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. 60. **B.** 80. **C.** 100. **D.** 20

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h = 4^2.5 = 80$.

Câu 29: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$ là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-2}$. **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_P} = (1;-2;2)$.

d đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d} = (1;-2;2)$

$d: \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{2}$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Khi đó, điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) có tọa độ bằng

A. $(3;-2;1)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(-3;2;-1)$. **D.** $(0;2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng $(yOz) \Rightarrow H(0;2;-1)$.

Gọi M' là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng $(yOz) \Rightarrow H$ là trung điểm của MM'

$\Rightarrow M'(-3;2;-1)$

Câu 31: Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R=3$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (P) bằng 1. Tính chu vi đường tròn (C).

A. $4\sqrt{2}\pi$. **B.** $2\sqrt{2}\pi$. **C.** 8π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn A

Ta có $r = \sqrt{R^2 - d^2(O,(P))} = 2\sqrt{2} \Rightarrow C = 2\pi r = 2\pi.2\sqrt{2} = 4\pi\sqrt{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 4 - 3\sin x$ và $f(0) = 5$. Tìm hàm số $f(x)$

A. $f(x) = 4x + 3\cos x + 1$. **B.** $f(x) = 4x - 3\cos x + 1$.

C. $f(x) = 4x - 3\cos x + 8$. **D.** $f(x) = 4x + 3\cos x + 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f\left(x\right)=\int\left(4-3\sin x\right)\mathrm{d}x=4x+3\cos x+c$.

Mặt khác $f\left(0\right)=5\Leftrightarrow 3+c=5\Rightarrow c=2\Rightarrow f\left(x\right)=4x+3\cos x+2$.

Câu 33: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z-\left(1-2i\right)\right|=2$ là

A. $\left(x-2\right)^2+\left(y+1\right)^2=4$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2=4$.

C. $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2=2$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=4$

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(x;y\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Khi đó $\left|\left(x+iy\right)-\left(1-2i\right)\right|=2\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2=4$.

Câu 34: Tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1

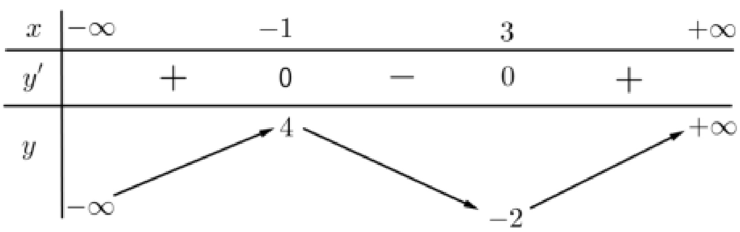
Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x\Leftrightarrow\log_2\left(x^2+x+1\right)=\log_2 4x$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x^2+x+1=4x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x^2-3x+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\\x_2=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\Rightarrow x_1+x_2=3.$$

Câu 35: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Tìm m để phương trình $3f\left(x\right)-m=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. $-6<m<12$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $-6\le m\le 12$. **D.** $-2\le m\le 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3f\left(x\right)-m=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{m}{3}$ (*). Phương trình (*) có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-2<\dfrac{m}{3}<4 \Leftrightarrow -6<m<12$.

Câu 36: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$. Cho ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn là một số chia hết cho 5.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ là $A_6^3=120 \Rightarrow n\left(\Omega\right)=120$.

Gọi biến cố A: "số được chọn là một số chia hết cho 5".

Giả sử số tự nhiên có ba chữ số khác nhau chia hết cho 5 có dạng $\overline{abc}$.

- Chữ số c có 1 cách chọn
- Chữ số b có 5 cách chọn
- Chữ số a có 4 cách chọn

Suy ra $n\left(A\right)=1.5.4=20 \Rightarrow p\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{20}{120}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 37: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=x^3-6x$ và $y=x^2$ bằng

A. $\dfrac{125}{12}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{63}{4}$. **D.** $\dfrac{253}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^3-6x=x^2 \Leftrightarrow x^3-x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Ta có $S=\displaystyle\int_{-2}^{3}\left|x^3-x^2-6x\right|\mathrm{d}x=\dfrac{253}{12}$.

Câu 38: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm z_1,z_2 phân biệt thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)\left|z_2\right|$?

A. 5. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta=m^2-4m-32$ là biệt thức của phương trình.

TH1: Xét $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 32 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 8 \\ m < -4 \end{array}\right.$ khi đó phương trình có hai nghiệm thực phân biệt. Ta có $z_1^2 = mz_1 - m - 8$ suy ra $z_1^2 + mz_2 = m(z_1 + z_2) - m - 8 = m^2 - m - 8$ do đó $\left|z_1\left(z_1^2 + mz_2\right)\right| = \left(m^2 - m - 8\right)|z_2| \Leftrightarrow \left|m^2 - m - 8\right||z_1| = \left(m^2 - m - 8\right)|z_2|$ (*).

Nếu $z_1.z_2 = 0$ thì $m + 8 = 0 \Rightarrow m = -8$ không thỏa mãn.

Nếu $z_1.z_2 \neq 0$ thì $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 8 > 0 \\ |z_1| = |z_2| \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 8 > 0 \\ z_1 = -z_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 8 > 0 \\ m = 0 \end{cases}$ hệ vô nghiệm.

TH2: Xét $\Delta < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 8$ khi đó phương trình có hai nghiệm phức phân biệt và $|z_1| = |z_2|$, ta có $\left|z_1\left(z_1^2 + mz_2\right)\right| = \left(m^2 - m - 8\right)|z_2| \Leftrightarrow \left|m^2 - m - 8\right||z_1| = \left(m^2 - m - 8\right)|z_2|$

$\Leftrightarrow m^2 - m - 8 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq \dfrac{1+\sqrt{33}}{2} \\ m \leq \dfrac{1-\sqrt{33}}{2} \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được $m \in \{-3; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy có tất cả là 5 số nguyên cần tìm.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3\left(x^2+1\right) - \log_3(x+31)\right]\left(32 - 2^{x-1}\right) \geq 0$?

A. 27. **B.** Vô số. **C.** 28. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

$\left[\log_3\left(x^2+1\right) - \log_3(x+31)\right]\left(32 - 2^{x-1}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right) - \log_3(x+31) \geq 0 \\ 32 - 2^{x-1} \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right) - \log_3(x+31) \leq 0 \\ 32 - 2^{x-1} \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right) \geq \log_3(x+31) \\ 2^{x-1} \leq 32 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right) \leq \log_3(x+31) \\ 2^{x-1} \geq 32 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+1 \geq x+31 \\ x+31 > 0 \\ 2^{x-1} \leq 2^5 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+1 \leq x+31 \\ 2^{x-1} \geq 2^5 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-x-30\ge 0\\ x>-31\\ x\le 6\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-x-30\le 0\\ x\ge 6\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-31<x\le -5\\ x=6\end{array}\right.$$

Mà $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-30;-29;-28;....;-6;-5;6\}$

Vậy có 27 số nguyên x thỏa đề.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=mx^4+\left(m^2-4\right)x^2+2$ có đúng một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

- Nếu $m=0$ thì $y=-4x^2+2$. Đây là hàm số bậc hai có hệ số $a<0$ nên nó có đúng một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu. Vậy $m=0$ thỏa đề.

- Nếu $m\ne 0$ thì

$y'=4mx^3+2\left(m^2-4\right)x=2x\left(2mx^2+m^2-4\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=\dfrac{4-m^2}{2m}\end{array}\right.$$

Do đó, để hàm số đã cho có đúng một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu thì

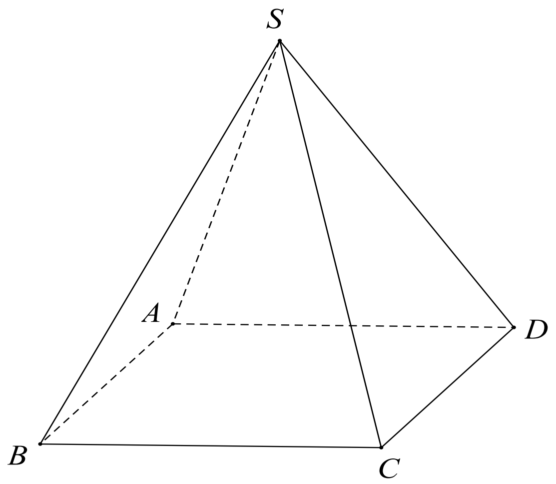
$$\begin{cases}m<0\\ \dfrac{4-m^2}{2m}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ 4-m^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<0$$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1\}$.

Kết hợp cỏ 2 trường hợp ta có $m\in\{-2;-1;0\}$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa đề.

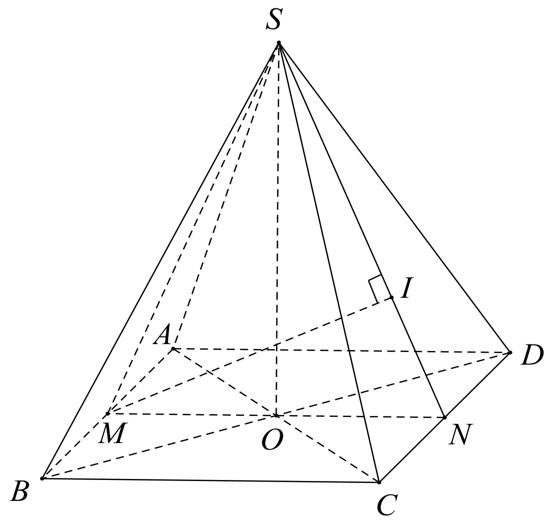
Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và SC.



A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{42}}{14}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$; M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Khi đó $d\left(AB,CD\right)=d\left(AB,\left(SCD\right)\right)=d\left(M,\left(SCD\right)\right)$.

Ta có $\begin{cases} CD\perp MN \\ CD\perp SO \end{cases}\Rightarrow CD\perp\left(SMN\right)\Rightarrow\left(SCD\right)\perp\left(SMN\right)$ mà $\left(SCD\right)\cap\left(SMN\right)=SN$

Do đó, trong $\left(SMN\right)$ kẻ $MI\perp SN$, $\left(I\in SN\right)$ thì $MI\perp\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(M,\left(SCD\right)\right)=MI$.

Xét tam giác SAC có $SA=SC=AC=a\sqrt{2}$ nên ΔSAC đều, do đó $SO=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta lại có $MI.SN=SO.MN\Rightarrow MI=\frac{SO.MN}{SN}=\frac{\frac{a\sqrt{6}}{2}.a}{\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{42}}{7}$.

Vậy $d\left(AB,CD\right)=\frac{a\sqrt{42}}{7}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $\left(d_1\right):\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$, $\left(d_2\right):\frac{x-4}{2}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+3}{-1}$. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $\left(d_1\right),\left(d_2\right)$ là

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{2}$. **B.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{-2}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$. **D.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi d vuông góc chung của hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$.

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng $(d_1),(d_2)$ lần lượt là $\vec{u}_1=(3;2;-2)$; $\vec{u}_2=(2;2;-1)$.

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng d lần lượt là $\vec{u}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(2;-1;2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và (d_1).

Khi đó vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=[\vec{u},\vec{u}_1]=(2;-10;-7)$.

Lấy điểm $M(1;-1;2)\in d_1$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-10;-7)$ có phương trình là $2(x-1)-10(y+1)-7(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-10y-7z+2=0$.

Gọi N là giao điểm của d_2 và (P). Do $N\in d_2$ nên gọi $N(4+2t;4+2t;-3-t)$.

Mà $N\in(P)\Rightarrow 2(4+2t)-10(4+2t)-7(-3-t)+2=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow N(2;2;-2)$.

Khi đó đường thẳng đi qua điểm $N(2;2;-2)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;2)$.

Phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} e^{2x}+1 & \text{khi } x\ge 0 \\ 4x+2 & \text{khi } x<0 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(-2)=5$. Biết rằng $F(1)+3F(-1)=ae^2+b$ (trong đó a,b là các số hữu tỉ). Khi đó $a+b$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x)=\begin{cases} \int (e^{2x}+1)\,dx=\dfrac{e^{2x}}{2}+x+C_1 & \text{khi } x\ge 0 \\ \int (4x+2)\,dx=2x^2+2x+C_2 & \text{khi } x<0 \end{cases}$.

Do $F(-2)=5 \Leftrightarrow C_2=1$.

Do $F(x)$ liên tục tại $x=0$ nên $\lim\limits_{x\to 0^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}F(x)=F(0)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}+0+C_1=C_2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}+C_1=1 \Leftrightarrow C_1=\dfrac{1}{2}$.

Do đó $F(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{2x}}{2}+x+\dfrac{1}{2} & khi\ \ x\ge 0 \\ 2x^2+2x+1 & khi\ \ x<0 \end{cases}$.

Suy ra $F(1)+3F(-1)=\dfrac{1}{2}e^2+\dfrac{9}{2}$. Khi đó $a=\dfrac{1}{2}$; $b=\dfrac{9}{2}$.

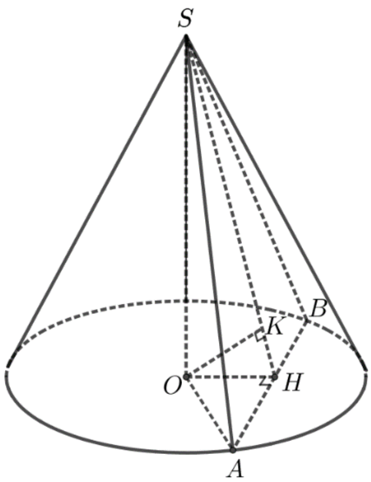
Vậy $a+b=5$.

Câu 44: Cho hình nón (N) có đỉnh S, chiều cao $h=3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. 81π. **B.** 27π. **C.** 36π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $SO = 3$.

Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow AH = HB$.

Kẻ $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow d\left(O;(P)\right) = d\left(O;(SAB)\right) = OK = \sqrt{6}$.

Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow AH = HB = \dfrac{2\sqrt{3}a}{2} = \sqrt{3}a$.

Tam giác vuông SOH vuông tại O,

ta có: $\dfrac{1}{OK^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OH^2} \Rightarrow \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OK^2} - \dfrac{1}{SO^2} \Rightarrow OH = \sqrt{\dfrac{SO^2.OK^2}{SO^2 - OK^2}} = 3\sqrt{2}.$

Tam giác vuông SOH vuông tại O có $SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = 3\sqrt{3}$.

Tam giác vuông SAH vuông tại H có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{AB^2 - \dfrac{AB^2}{4}} = AB\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 6$.

Xét tam giác vuông OAH, ta có: $OA = \sqrt{HA^2 + OH^2} = \sqrt{3^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2} = 3\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) là $V = \dfrac{1}{3}\pi.OA^2.SO = \dfrac{1}{3}\pi.27.3 = 27\pi$.

Câu 45: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \dfrac{z+3i-1}{z+3+i}$ là số thuần ảo. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 3i|^2 - |z_2 - 3i|^2$ bằng

A. 10 **B.** 20. **C.** $2\sqrt{26}$. **D.** $4\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right)$.

$$w = \frac{z+3i-1}{z+3+i} = \frac{(x-1)+(y-3)i}{(x+3)+(y+1)i} = \frac{\left[(x-1)+(y-3)i\right]\left[(x+3)-(y+1)i\right]}{\left[(x+3)+(y+1)i\right]\left[(x+3)-(y+1)i\right]}$$

w là số thuần ảo $\Leftrightarrow (x-1)(x+3)+(y+3)(y+1) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 ta có $M, N \in (C): x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$

(C) có tâm $I(-1;-2)$, bán kính $R=\sqrt{5}$

Các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=2 \Leftrightarrow \sqrt{(x_N-x_M)^2+(y_N-y_M)^2}=2 \Leftrightarrow MN=2$.

Gọi $A(0,3)$ $P=|z_1-3i|^2-|z_2-3i|^2=AM^2-AN^2=\left(\overrightarrow{AM}\right)^2-\left(\overrightarrow{AN}\right)^2=\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IM}\right)^2-\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IN}\right)^2$

$=IA^2+IM^2+2\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{IM}-IA^2-IN^2-2\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{IN}=2\overrightarrow{AI}\left(\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}\right)$

$=2\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{NM}=2.IA.MN.\cos\left(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{NM}\right)\le 2.IA.MN=2.\sqrt{26}.2=2\sqrt{26}$

Do $M,N\in(C)\Rightarrow IM=IN=R=\sqrt{5};IA=\sqrt{26}$

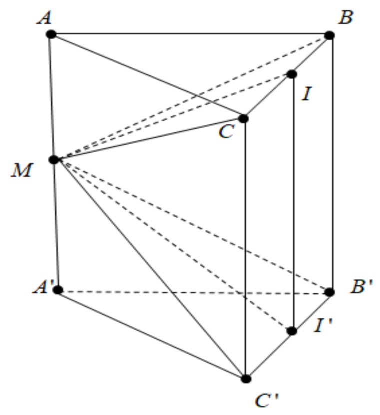
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi hai vectơ $\overrightarrow{AI},\overrightarrow{NM}$ cùng hướng.

Câu 46: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA', biết hai mặt phẳng (MBC) và $(MB'C')$ vuông góc với nhau. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



ABC là tam giác vuông cân tại A,

$BC=a\Rightarrow AB=AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{4}a^2$.

Tam giác ABC và $A'B'C'$ cân tại A và A' nên $MB=MC=MB'=MC'$.

Gọi I,I' là trung điểm của BC và $B'C'$, hai mặt phẳng (MBC) và $(MB'C')$ vuông góc với nhau nên $\widehat{IMI'}=90^0$, $\triangle IMI'$ vuông cân $\Rightarrow \widehat{MI'I}=45^0\Rightarrow \widehat{MI'A'}=45^0$

Lại có $AI=A'I'=\frac{BC}{2}=\frac{a}{2}$ nên $M'A=A'I'=\frac{a}{2}\Rightarrow AA'=a$

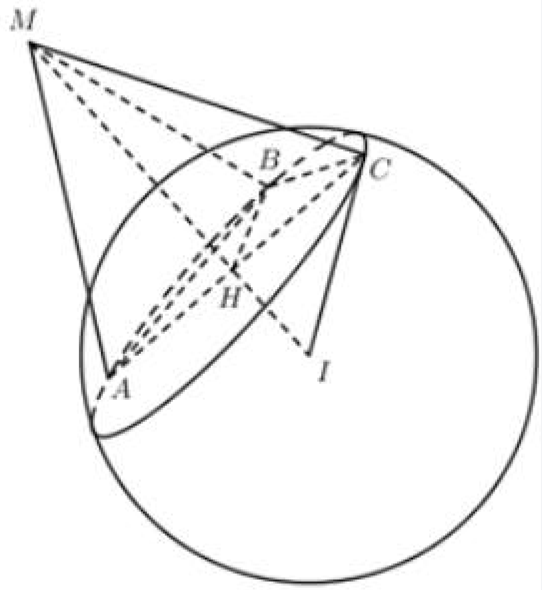
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=a.\frac{1}{4}a^2=\frac{a^3}{4}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA,MB,MC đến mặt cầu (S) (A,B,C là tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^0,\widehat{BMC}=90^0\widehat{CMA}=120^0$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. $\frac{10}{3}$ **B.** 1 **C.** -2 **D.** 2

Lời giải

Chọn C



Tâm $I(1;2;-3);R=3\sqrt{3}$.

Theo tính chất của tiếp tuyến kẻ từ một điểm đến mặt cầu ta có A,B,C thuộc đường tròn (C) tâm H.

Đặt $MA=MB=MC=a$.

$AB=a,BC=a\sqrt{2},AC=a\sqrt{3}\Rightarrow\Delta ABC$ vuông tại $B\Rightarrow H$ là trung điểm AC.

Do đó $\sin 60^0=\frac{AI}{MI}\Rightarrow MI=6$.

Gọi $M(t-1;t-2;t+1)\in d\Rightarrow MI^2=(t-2)^2+(t-4)^2+(t+4)^2=36\Leftrightarrow 3t^2-4t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=\frac{4}{3}\end{array}\right.$

$\Rightarrow M(-1;-2;1)\Rightarrow a+b+c=-2$. Do hoành độ của M âm.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)-x.f'(x).\ln x=2x^2.f^2(x),\forall x\in(1;+\infty)$. Biết $f(x)>0,\forall x\in(1;+\infty)$ và $f(e)=\frac{1}{e^2}$. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x.f(x),y=0,x=e,x=e^2$.

A. $S=\frac{1}{2}$ **B.** $S=2$ **C.** $S=\frac{3}{2}$ **D.** $S=\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn C

$f(x)-x.f'(x).\ln x=2x^2.f^2(x)\Leftrightarrow \frac{1}{x}.f(x)-f'(x).\ln x=2x.f^2(x)$

$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{x}.f(x)-f'(x).\ln x}{f^2(x)}=2x\Leftrightarrow \left(\frac{\ln x}{f(x)}\right)'=2x\Rightarrow \frac{\ln x}{f(x)}=\int 2xdx\Leftrightarrow \frac{\ln x}{f(x)}=x^2+C.$

Ta có $\frac{\ln e}{f(e)}=e^2+C\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=\frac{\ln x}{x^2}\Rightarrow y=x.f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\frac{\ln x}{x}, y=0, x=e, x=e^2$ là

$S=\int_e^{e^2}\left|\frac{\ln x}{x}\right|dx=\int_e^{e^2}\frac{\ln x}{x}dx=\int_e^{e^2}\ln xd(\ln x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2\Big|_e^{e^2}=\frac{3}{2}$.

Câu 49: Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $y\le 20$ thỏa mãn:

$\log_{2023}\frac{x+1}{y+1}+x^2y^2+2xy^2\le (y+2)y^3$?

A. 380 **B.** 210 **C.** 420 **D.** 200

Lời giải

Chọn B

$\log_{2023}\frac{x+1}{y+1}+x^2y^2+2xy^2\le (y+2)y^3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_{2023}\frac{(x+1)^2}{(y+1)^2}+y^2(x^2+2x)\le y^2(y^2+2y)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_{2023}\frac{y^2(x+1)^2}{y^2(y+1)^2}+y^2(x+1)^2\le y^2(y+1)^2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_{2023}\left[y^2(x+1)^2\right]+y^2(x+1)^2\le \frac{1}{2}\log_{2023}\left[y^2(y+1)^2\right]+y^2(y+1)^2\ (1)$.

Xét hàm số $f(t)=\frac{1}{2}\log_{2023}t+t$. Ta có $f'(t)=\frac{1}{2}\frac{1}{\ln 2023.t}+1>0,\forall t>0$.

Nên $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$, khi đó:

$(1)\Leftrightarrow y^2(x+1)^2\le y^2(y+1)^2\Leftrightarrow x+1\le y+1\Leftrightarrow x\le y\,(x,y>0)$.

Với $y=n\ (1\le n\le 20)$ thì ta có được n giá trị nguyên dương x tương ứng.

Nên số cặp nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn là $\sum_{k=1}^{20}k=210$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ của tham số thực m để hàm số $y=\left|e^{3x}-3(m+2)e^{2x}+3m(m+4)e^x\right|$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;\ln 2)$

A. 4047. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 4045.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = e^x \Rightarrow \begin{cases} 0 < t < 2 \\ t' = e^x > 0 \end{cases}$.

Khi đó, bài toán trở thành tìm có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ của tham số thực m để hàm số $y = \left|t^3 - 3(m+2)t^2 + 3m(m+4)t\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3(m+2)t^2 + 3m(m+4)t$.

$\Rightarrow f'(t) = 3t^2 - 6(m+2)t + 3m(m+4) = 3\left[t^2 - (2m+4)t + m(m+4)\right] = 3(t-m)\left[t-(m+4)\right]$.

TH1: Hàm số $f(t) = t^3 - 3(m+2)t^2 + 3m(m+4)t$ đồng biến và không nhận giá trị âm trên $(0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) \geq 0 \\ f'(t) \geq 0 \end{cases}, \forall t \in (0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m+4 \leq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{array}\right.$.

TH2: Hàm số $f(t) = t^3 - 3(m+2)t^2 + 3m(m+4)t$ nghịch biến và không nhận giá trị dương trên $(0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) \leq 0 \\ f'(t) \leq 0 \end{cases}, \forall t \in (0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq 0 \\ \begin{cases} m+4 \geq 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0$.

Vậy có tất cả 4045 giá trị m thỏa mãn.