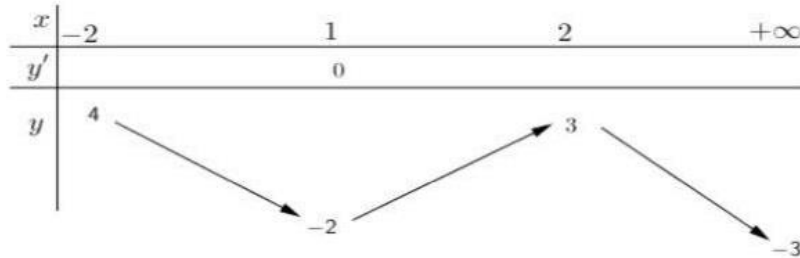


Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là:
A. $(2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. **D. $(-1; 2; -3)$.**

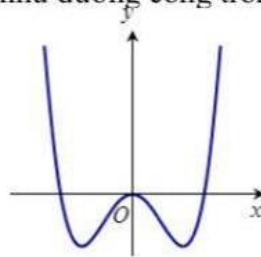
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 3$. B. Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 4$.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -3$. D. Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = 1$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = x^3 - 2x$. B. $y = 2x^2 - x^4$. C. $y = -x^3 + 3x^2$. **D. $y = x^4 - 2x^2$.**

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-5}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (0; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. **D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.**

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

- A. $-\cos 3x + C$ **B. $-\frac{1}{3} \cos 3x + C$** C. $\cos 3x + C$ **D. $\frac{1}{3} \cos 3x + C$**

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_5 = 96$. B. $u_5 = 32$. **C. $u_5 = 48$.** D. $u_5 = 24$.

Câu 7. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = 3a$, $AC = 5a$. Thể tích khối hộp bằng

- A. $12a^3$.** B. $4a^3$. C. $15a^3$. **D. $5a^3$.**

Câu 8. Số tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

- A. 1728. **B. 220.** C. 1320. D. 36.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$ các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng đáy các góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

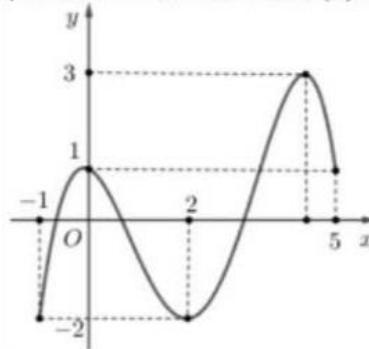
Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $f(x) = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. B. $f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$. C. $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. D. $f(x) = 3^x$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = -x^3 - 3x$. B. $y = \frac{x-1}{x-2}$. C. $y = \frac{x+1}{x+3}$. D. $y = x^3 + 3x$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. 4. B. -1. C. 1. D. 2.

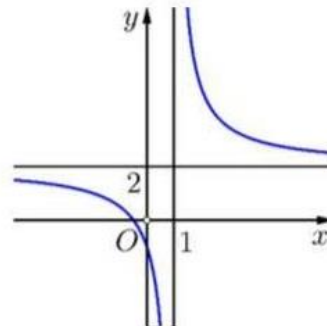
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ là

- A. $\vec{u} = (1; -1; 2)$ B. $\vec{u} = (1; 1; 2)$ C. $\vec{u} = (1; -2; 0)$ D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $A(1; -2; 3)$ B. $A(1; -2; 0)$ C. $A(1; 0; 3)$ D. $A(0; -2; 3)$

Câu 15. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a > 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?



- A. $b < 0, c < 0, d < 0$. B. $b < 0, c > 0, d < 0$.
 C. $b > 0, c > 0, d < 0$. D. $b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$

- A. $y' = \frac{1}{(2x+1) \cdot \ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{(2x+1) \cdot \ln 2}$. C. $y' = \frac{2}{2x+1}$. D. $y' = \frac{1}{2x+1}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

| | | | | |
|------|-----------|------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | $+\infty$ |
| y' | | | + | - |
| y | | | $+\infty$ | 0 |

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

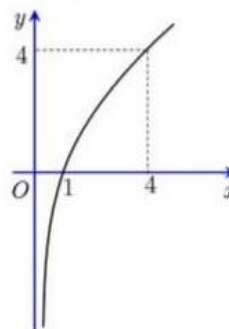
Câu 18. Với mọi a, b dương thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_{\sqrt{2}} b = 5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 b^2 = 32$. B. $a^2 b^2 = -32$. C. $a^2 b^3 = 32$. D. $ab^2 = -32$.

Câu 19. Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên.

Giá trị của cơ số a bằng

- A. $\sqrt[4]{2}$ B. 4.
C. $\sqrt{2}$. D. 2.



Câu 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x-4} > \frac{1}{5}$.

- A. $S = (5; +\infty)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 5)$. D. $S = (-\infty; 3)$.

Câu 21. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 x = \log_2(x^2 - x)$.

- A. $S = \{2\}$. B. $S = \{0\}$. C. $S = \{0; 2\}$. D. $S = \{1; 2\}$.

Câu 22. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng (các quả cầu đôi một khác nhau). Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ D. $V = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$

Câu 24. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 3 cm, góc ở đỉnh hình nón là 60° . Thể tích khối nón bằng

- A. $9\pi\sqrt{3}$ (cm³). B. $3\pi\sqrt{3}$ (cm³). C. 6 (cm³). D. 3π (cm³).

Câu 25. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

- A. $S = 8\pi a^2$. B. $S = 24\pi a^2$. C. $S = 16\pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 26. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 1 - \frac{2}{x-2}$ biết $F(1) = 3$.

- A. $F(x) = x^2 + x - 2 \ln|2-x| + 1$. B. $F(x) = x^2 + x + 2 \ln|x-2| + 1$.
C. $F(x) = x^2 + x - \ln|x-2| + 1$. D. $F(x) = x^2 + x - 2 \ln|x-2| + 1$.

Câu 27. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ là

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A. $\min_{[2; 4]} y = 3.$ B. $\min_{[2; 4]} y = 7.$ C. $\min_{[2; 4]} y = 5.$ D. $\min_{[2; 4]} y = 0.$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | | | | |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| y | | | 2 | | 1 | | 2 | | $-\infty$ |

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1).$ B. $(0; 1).$ C. $(-1; 0).$ D. $(-1; 1).$

Câu 30. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 31. Nếu $\int_{-2}^2 f(x) dx = 9$ và $\int_1^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_{-2}^1 f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. 3. C. 11. D. -7.

Câu 32. Tính $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x} \right) dx$

- A. $2 + \ln \sqrt{3}$ B. $4 + \ln 3$ C. $2 + \ln 3$ D. $1 + \ln \sqrt{3}$

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho H là trực tâm tam giác ABC là:

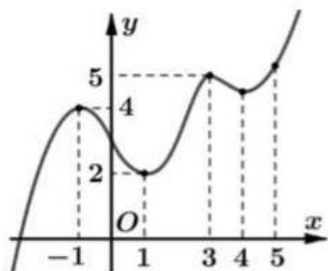
- A. $x + y + 3z + 7 = 0.$ B. $x + y - 3z + 11 = 0.$ C. $x + y - 3z - 11 = 0.$ D. $x + y + 3z - 7 = 0.$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 1; 3)$ và chứa trục hoành có phương trình là:

- A. $3y + z - 4 = 0.$ B. $3y - z = 0.$ C. $x - y = 0.$ D. $x - 3y = 0.$

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị

nguyên của tham số m để phương trình $f(3 \log_3 x) = m - 1$ có nghiệm duy nhất trên $\left[\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; 3 \right]$?



- A. 2. B. 4 C. 3. D. 1.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[1; 3]$, $f(3) = 4$ và $\int_0^1 f'(2x+1) dx = 6$

Tính giá trị của $f(1)$.

- A. $f(1) = -8.$ B. $f(1) = -2.$ C. $f(1) = 16.$ D. $f(1) = 10.$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **D.** a .

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3); B(4; 2; 3); C(4; 5; 3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là:

- A.** 9π . **B.** 36π . **C.** 18π . **D.** 72π .

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2 x(x+1)$. Hàm số đã cho nghịch biến khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 0)$ **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và có tiếp diện là mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 5 = 0$, có phương trình là:

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Câu 41. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên tập số thực không âm và thỏa mãn

$$f(x^2 + 3x + 1) = x + 2 \quad \forall x \geq 0. \text{ Tính } \int_1^5 f(x) dx$$

- A.** $\frac{37}{6}$. **B.** $\frac{527}{3}$. **C.** $\frac{61}{6}$. **D.** $\frac{464}{3}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = AA' = a$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $BCC'B'$ bằng

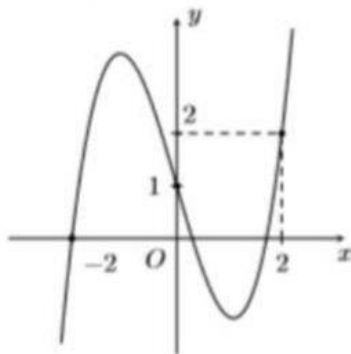
- A.** $\frac{\sqrt{10}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S .

- A.** -7. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

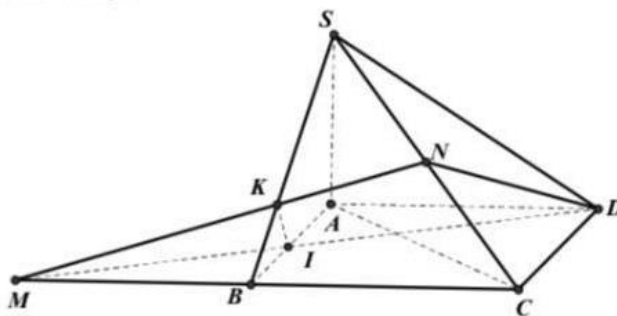
Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(\sqrt[3]{x})$ được cho trong hình bên.

Hàm số $y = g(x) = \left| f(x) - \frac{1}{8}x^4 - x \right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực đại?



- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

- Câu 45.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên).



Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$.
- Câu 46.** Cho hàm số $f(x) = ax - (a-3)\ln(x^2 + 3x)$ với a là tham số thực. Biết rằng nếu $\max_{[1;3]} f(x) = f(2)$ thì $\min_{[1;3]} f(x) = m$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $m \in (6;7)$. B. $m \in (7;8)$. C. $m \in (8;9)$. D. $m \in (9;10)$.
- Câu 47.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;e]$ và thỏa mãn $f(1) = 0$;
 $[f'(x) - 1]x = f(x), \forall x \in [1;e]$. Tích phân $\int_1^e f(x) dx$ bằng
- A. $\frac{e^2 - 1}{4}$. B. $\frac{e^2 + 1}{2}$. C. $\frac{e^2 + 1}{4}$. D. $\frac{e^2 - 1}{2}$.
- Câu 48.** Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn
 $(xy^2 + x - 2y - 1)\log y = \log \frac{2y - x + 3}{x}$
- A. 3. B. 1. C. vô số. D. 2.
- Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 7 = 0$ và đi qua hai điểm $A(1;2;1), B(2;5;3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng:
- A. $\frac{\sqrt{470}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{546}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{763}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{345}}{3}$.
- Câu 50.** Trong khoảng $(-10;20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}]$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.
- A. 23. B. 20. C. 8. D. 15.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| D | A | D | D | B | C | A | B | D | D | D | C | A | D | C | B | D | A | C | B | A | C | D | A | C |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| D | C | B | C | B | A | A | C | B | D | A | A | C | A | D | C | D | A | B | C | A | C | D | B | A |

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là:
A. $(2; -1; -3)$. **B.** $(-3; 2; -1)$. **C.** $(2; -3; -1)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$.

- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |
| y' | | 0 | | |
| y | 4 | -2 | 3 | -3 |

Khẳng định nào sau đây đúng?

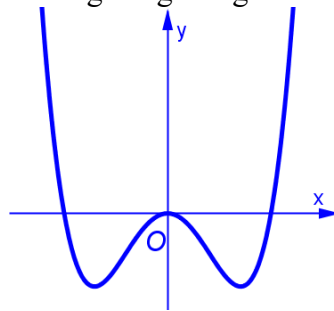
- A.** Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 3$. **B.** Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 4$.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -3$. **D.** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 3$.

- Câu 3.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



- A.** $y = x^3 - 2x$. **B.** $y = 2x^2 - x^4$. **C.** $y = -x^3 + x^2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương dạng $y = ax^4 + bx^2 + cx$ ($a > 0$).

$\Rightarrow y = x^4 - 2x^2$.

- Câu 4.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-5}$

- A.** $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (0; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện } x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}.$$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

- A. $-\cos 3x + C$. B. $-\frac{1}{3}\cos 3x + C$. C. $\cos 3x + C$. D. $\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int \sin 3x dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + C.$$

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_5 = 96$. B. $u_5 = 32$. C. $u_5 = 48$. D. $u_5 = 24$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \text{ ta được } u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48.$$

Câu 7. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = 3a$, $AC = 5a$. Thể tích khối hộp bằng

- A. $12a^3$. B. $4a^3$. C. $15a^3$. D. $5a^3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Nhận thấy } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a.$$

$$\text{Do đó, thể tích hình hộp chữ nhật } ABCD.A'B'C'D' \text{ là } V = AB \cdot BC \cdot AA' = 3a \cdot 4a \cdot a = 12a^3.$$

Câu 8. Số tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

- A. 1728. B. 220. C. 1320. D. 36.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Số tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là } C_{12}^3 = 220.$$

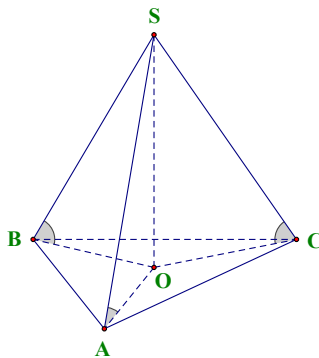
Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$ các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng đáy các góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi O là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) .



Nhận thấy: $(SA, (ABC)) = \widehat{SAO}$, $(SB, (ABC)) = \widehat{SBO}$ và $(SC, (ABC)) = \widehat{SCO}$ nên suy ra $OA = OB = OC$ hay O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 120^\circ$, nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 30^\circ$.

Khi đó: $\frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = 2OA$ hay $OA = \frac{AB}{2 \sin \widehat{ACB}} = \frac{a}{2 \cdot \sin 30^\circ} = a$.

Ta có: $SO = OA \cdot \tan \widehat{SAO} = a \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 120^\circ \right) = \frac{a^3}{12}$.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $f(x) = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **B.** $f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$. **C.** $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. **D.** $f(x) = 3^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số mũ $y = a^x$ đồng biến trên \mathbb{R} khi $a > 1$ do đó chọn đáp án **D**.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

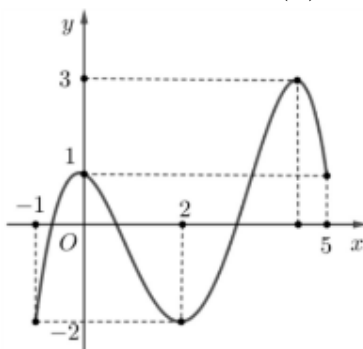
A. $y = -x^3 - 3x$. **B.** $y = \frac{x-1}{x-2}$. **C.** $y = \frac{x+1}{x+3}$. **D.** $y = x^3 + 3x$.

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án D ta có: $y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



A. 4. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy: $\max_{[-1;5]} f(x) = 3$; $\min_{[-1;5]} f(x) = -2$ nên $\max_{[-1;5]} f(x) + \min_{[-1;5]} f(x) = 3 - 2 = 1$.

- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ là
A. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. **B.** $\vec{u} = (1; 1; 2)$. **C.** $\vec{u} = (1; -2; 0)$. **D.** $\vec{u} = (1; -2; 1)$

Lời giải

Chọn A

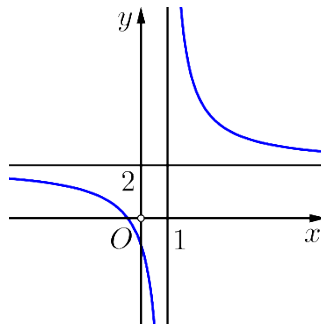
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là:

- A.** $A(1; -2; 3)$. **B.** $A(1; -2; 0)$. **C.** $A(1; 0; 3)$. **D.** $A(0; -2; 3)$

Lời giải

Chọn D

- Câu 15.** Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a > 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.** $b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $b < 0, c > 0, d < 0$. **C.** $b > 0, c > 0, d < 0$. **D.** $b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \frac{a}{c} = 2 > 0 \Rightarrow c > 0$ (do $a > 0$)

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $y = -\frac{d}{c} = 1 > 0 \Rightarrow d < 0$ (do $c > 0$)

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b > 0$ (do $d < 0$).

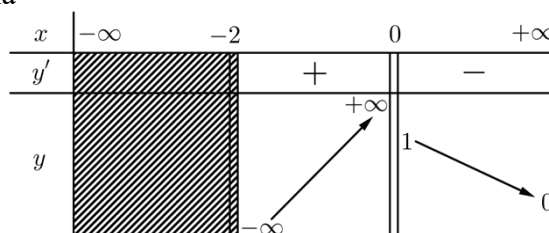
- Câu 16.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$

- A.** $y' = \frac{1}{(2x+1) \cdot \ln 2}$. **B.** $y' = \frac{2}{(2x+1) \cdot \ln 2}$. **C.** $y' = \frac{2}{2x+1}$. **D.** $y' = \frac{1}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là



- A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có:

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

Câu 18. Với mọi a, b dương thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_{\sqrt{2}} b = 5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

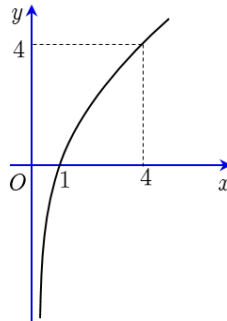
- A.** $a^3 b^2 = 32$. **B.** $a^2 b^2 = -32$. **C.** $a^2 b^3 = 32$. **D.** $ab^2 = -32$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_2 a^3 + \log_{\sqrt{2}} b = 5 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b^2) = 5 \Leftrightarrow a^3 b^2 = 32.$$

Câu 19. Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên. Giá trị của cơ số a bằng



- A.** $\sqrt[4]{2}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(4; 4) \Leftrightarrow \log_a 4 = 4 \Leftrightarrow a^4 = 4$

Mà $0 < a \neq 1$ nên $a = \sqrt{2}$.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x-4} > \frac{1}{5}$.

- A.** $S = (5; +\infty)$. **B.** $S = (3; +\infty)$. **C.** $S = (-\infty; 5)$. **D.** $S = (-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$5^{x-4} > \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5^{x-4} > 5^{-1} \Leftrightarrow x-4 > -1 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(3; +\infty)$.

Câu 21. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 x = \log_2 (x^2 - x)$.

- A.** $S = \{2\}$. **B.** $S = \{0\}$. **C.** $S = \{0; 2\}$. **D.** $S = \{1; 2\}$.

Lời giải

Chọn A

$$DK: \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\log_2 x = \log_2 (x^2 - x) \Leftrightarrow x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (L) \\ x = 2 & (N) \end{cases}$$

Câu 22. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng (các quả cầu đôi một khác nhau). Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố trong ba quả cầu lấy được có ít nhất một quả màu đỏ. Suy ra \bar{A} là biến cố trong ba quả cầu lấy được không có quả cầu nào màu đỏ.

Không gian mẫu: $\Omega = C_9^3 = 84$.

Số cách lấy ra ba quả cầu mà không có quả cầu nào màu đỏ là $C_6^3 = 20$. Ta có:

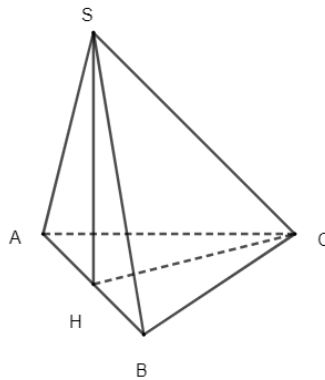
$$P(\bar{A}) = \frac{20}{84} = \frac{5}{21} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{16}{21}.$$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích ΔABC là $\frac{1}{2}2a.2a = 2a^2$.

Chiều cao SH của hình chóp $S.ABC$ là $2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a\sqrt{3}$.

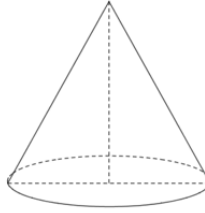
Vậy, thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 3 cm, góc ở đỉnh hình nón là 60° . Thể tích khối nón bằng

A. $9\pi\sqrt{3}$ (cm³). B. $3\pi\sqrt{3}$ (cm³). C. 6 (cm³). D. 3π (cm³).

Lời giải

Chọn A



$$h = \frac{3}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{3}.$$

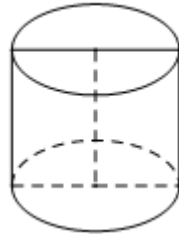
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3} = 9\pi\sqrt{3}.$$

Câu 25. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A.** $S = 8\pi a^2$. **B.** $S = 24\pi a^2$. **C.** $S = 16\pi a^2$. **D.** $S = 4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



$$r = \frac{4a}{2} = 2a$$

$$S = 2\pi \cdot 2a \cdot 4a = 16\pi a^2$$

Câu 26. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 1 - \frac{2}{x-2}$ biết $F(1) = 3$.

- A.** $F(x) = x^2 + x - 2\ln(2-x) + 1$. **B.** $F(x) = x^2 + x + 2\ln|x-2| + 1$.
C. $F(x) = x^2 + x - \ln|x-2| + 1$. **D.** $F(x) = x^2 + x - 2\ln|x-2| + 1$.

Lời giải

Chọn D

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \left(2x + 1 - \frac{2}{x-2} \right) dx = x^2 + x - 2\ln|x-2| + C.$$

Mà $F(1) = 3$ nên $C = 1 \Rightarrow F(x) = x^2 + x - 2\ln|x-2| + 1$.

Câu 27. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ là

- A.** $y = 1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{x-2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{x-2} = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 2$.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A.** $\min_{[2; 4]} y = 3$. **B.** $\min_{[2; 4]} y = 7$. **C.** $\min_{[2; 4]} y = 5$. **D.** $\min_{[2; 4]} y = 0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số liên tục trên đoạn $[2; 4]$.

Ta có $y = x^3 - 3x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 > 0, \forall x \in [2; 4]$. Vậy $\min_{[2;4]} y = y(2) = 7$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| y | $-\infty$ | | 2 | | 1 | | 2 | | $-\infty$ |

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; -1)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(-1; 1)$.

Lời giải**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta thấy : $f'(x) < 0 \forall x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 30. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

- A.** 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải**Chọn B**

$$J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx = 4 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 3 dx = 12 - 6 = 6.$$

Câu 31. Nếu $\int_{-2}^2 f(x) dx = 9$ và $\int_1^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_{-2}^1 f(x) dx$ bằng

- A.** 7. **B.** 3. **C.** 11. **D.** -7.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } \int_{-2}^2 f(x) dx = 9 \Leftrightarrow \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 9 \Leftrightarrow \int_{-2}^1 f(x) dx = 9 - 2 \Leftrightarrow \int_{-2}^1 f(x) dx = 7.$$

Câu 32. Tính $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x} \right) dx$.

- A.** $2 + \ln \sqrt{3}$. **B.** $4 + \ln 3$. **C.** $2 + \ln 3$. **D.** $1 + \ln \sqrt{3}$.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x} \right) dx = \left(\frac{1}{2} \ln |2x+1| + 2x\sqrt{x} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \ln 3 + 2 = 2 + \ln \sqrt{3}.$$

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho H là trực tâm tam giác ABC là

- A. $x + y + 3z + 7 = 0$. B. $x + y - 3z + 11 = 0$. C. $x + y - 3z - 11 = 0$. D. $x + y + 3z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên H là trực tâm tam giác ABC

$$\Leftrightarrow OH \perp (ABC)$$

$\Rightarrow (ABC)$ đi qua điểm H và có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{OH}(1; 1; -3)$

\Rightarrow phương trình mặt phẳng (P) là $x + y - 3z - 11 = 0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;3)$ và chứa trục hoành có phương trình là

- A. $3y + z - 4 = 0$. B. $3y - z = 0$. C. $x - y = 0$. D. $x - 3y = 0$.

Lời giải

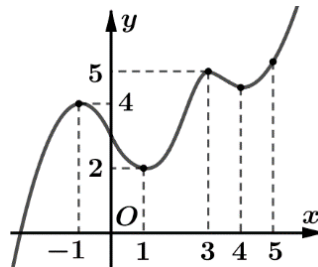
Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;3)$ và chứa trục hoành $\Rightarrow (P)$ có dạng $by + cz = 0$

Mà (P) đi qua điểm $A(1;1;3)$ nên $b + 3c = 0 \Rightarrow b = -3c$

Chọn $c = 1 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) là $3y - z = 0$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(3\log_3 x) = m - 1$ có nghiệm duy nhất trên $\left[\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; 3\right)$?



- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = 3\log_3 x, x \in \left[\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; 3\right) \Rightarrow u \in [-1; 3)$. Do hàm số $u = 3\log_3 x$ là hàm số đồng biến trên

$(0; +\infty)$ nên với $u \in [-1; 3)$ phương trình có nghiệm duy nhất trên $\left[\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; 3\right)$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $f(u) = m - 1$ có nghiệm duy nhất trên

$[-1; 3)$. Từ đồ thị hàm số suy ra $\begin{cases} m - 1 = 1 \\ 4 < m - 1 < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ 5 < m < 6 \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 2$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[1; 3]$, $f(3) = 4$ và $\int_0^1 f'(2x+1) dx = 6$ Tính giá trị của $f(1)$.

A. $f(1) = -8$.

B. $f(1) = -2$.

C. $f(1) = 16$.

D. $f(1) = 10$.

Lời giải

Chọn A

Xét $I = \int_0^1 f'(2x+1) dx$, đặt $t = 2x+1 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$.

Với $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 3$.

Do đó $I = \int_1^3 f'(t) \frac{dt}{2} = \frac{f(3) - f(1)}{2} \Rightarrow f(1) = f(3) - 2I = -8$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

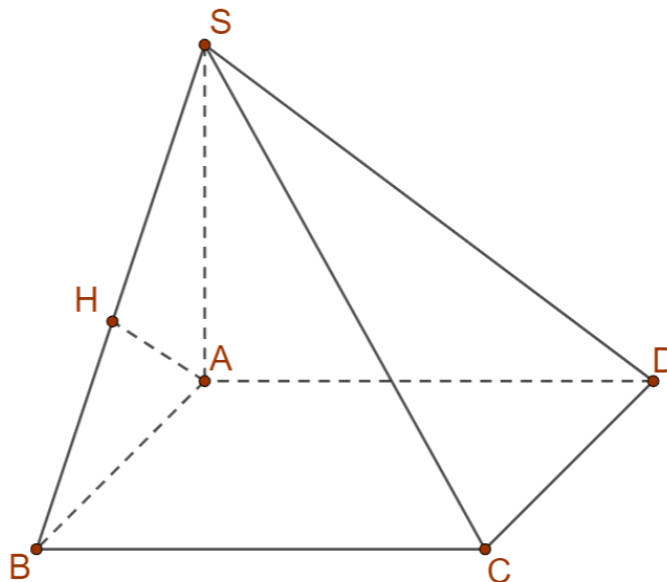
B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải

Chọn A



Ta có $d(SB, AD) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Do $BC \perp (SAB)$, kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp BC$. Do đó $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

Ta có $AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$; $B(4; 2; 3)$; $C(4; 5; 3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là

A. 9π .

B. 36π .

C. 18π .

D. 72π .

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn nên tâm mặt cầu là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{AB}(3; 0; 0)$, $\overrightarrow{BC}(0; 3; 0)$.

Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ nên tam giác ABC vuông tại B .

Suy ra bán kính mặt cầu là $R = \frac{1}{2} AC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 18\pi$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2 x(x+1)$. Hàm số đã cho nghịch biến khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Lập bảng xét dấu $f'(x)$

| | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |

Dựa vào bảng xét dấu, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và có tiếp diện là mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 5 = 0$, có phương trình là

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và có tiếp diện là mặt phẳng (P) suy ra

$$R = d(I, (P)) = \frac{|2x_I + y_I + 2z_I + 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 1.$$

Phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Câu 41. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên tập số thực không âm và thỏa mãn

$$f(x^2 + 3x + 1) = x + 2 \quad \forall x \geq 0. \text{ Tính } \int_1^5 f(x) dx$$

- A.** $\frac{37}{6}$. **B.** $\frac{527}{3}$. **C.** $\frac{61}{6}$. **D.** $\frac{464}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 f(x^2 + 3x + 1)(2x + 3) dx = \int_0^1 (x + 2)(2x + 3) dx = \frac{61}{6}$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 3x + 1 \Rightarrow dt = (2x + 3) dx,$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$x = 1 \Rightarrow t = 5$$

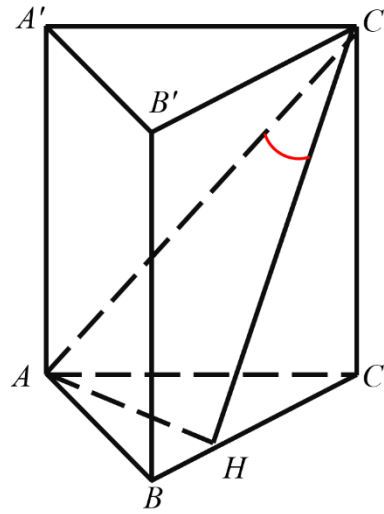
$$\text{Suy ra } \frac{61}{6} = \int_0^1 f(x^2 + 3x + 1)(2x + 3) dx = \int_1^5 f(t) dt = \int_1^5 f(x) dx.$$

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = AA' = a$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$, từ đó $(AC';(BCC'B')) = \widehat{AC'H}$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Xét $\triangle AA'C'$ vuông tại C' : $AC' = \sqrt{AA'^2 + AC'^2} = a\sqrt{2}$.

Xét $\triangle AHC'$ vuông tại C' : $\sin \widehat{AC'H} = \frac{AH}{AC'} = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S .

- A. -7 . B. 2 . C. 0 . D. 5 .

Lời giải

Chọn A

Khi $x \in [-1; 3] \Rightarrow f(x) \in [0; 4]$. Đặt $f(x) = t \in [0; 4]$.

Khi đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow h(t) = |t^2 - 2t + m|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 4]$ bằng 8

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h(t) \leq 8, \forall t \in [0; 4] \\ \exists t_0 \in [0; 4]: f(t_0) = 8 (*) \end{cases}$$

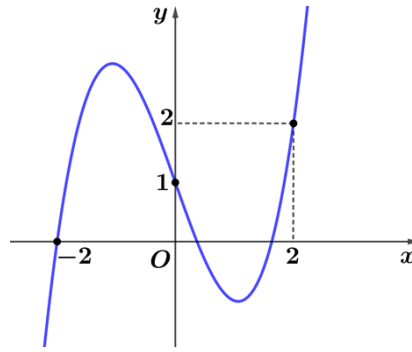
Với mọi $t \in [0; 4]$, ta có: $|t^2 - 2t + m| \leq 8 \Leftrightarrow -8 \leq t^2 - 2t + m \leq 8$

$$\Leftrightarrow -t^2 + 2t - 8 \leq m \leq -t^2 + 2t + 8 \Leftrightarrow \max_{[0;4]}(-t^2 + 2t - 8) \leq m \leq \min_{[0;4]}(-t^2 + 2t + 8) \Leftrightarrow -7 \leq m \leq 0.$$

Đồng thời từ (*) suy ra $\begin{cases} m = 0 \\ m = -7 \end{cases}$. Vậy tổng các phần tử của S là -7 .

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(\sqrt[3]{x})$ được cho trong hình bên.

Hàm số $g(x) = \left| f(x) - \frac{1}{8}x^4 - x \right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực đại?



- A. 2. **B. 3.** C. 4. D. 5.

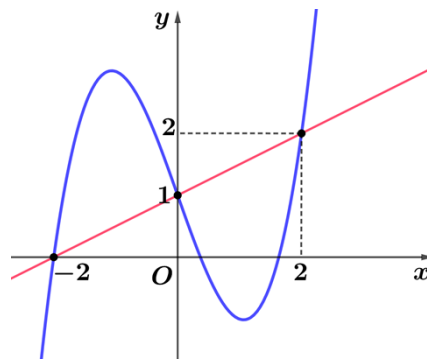
Lời giải

Chọn B

Đặt $h(x) = f(x) - \frac{1}{8}x^4 - x$.

Ta có: $h'(x) = f'(x) - \frac{1}{2}x^3 - 1 \xrightarrow{h'(x)=0} f'(x) = \frac{1}{2}x^3 + 1$.

Đặt $x = \sqrt[3]{t}$. Khi đó phương trình trở thành $f'(\sqrt[3]{t}) = \frac{1}{2}t + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{-2} \\ x = 0 \\ x = \sqrt[3]{2} \end{cases}$.



Bảng biến thiên của hàm số $y = h(x)$:

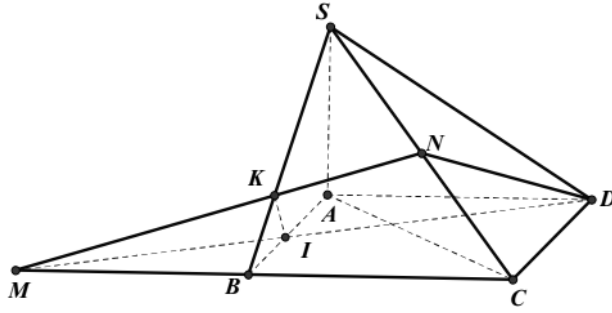
| | | | | | | | | | | |
|---------|-----------|----------------|-----|---------------|-----------|-----|-----|-----|--|-----------|
| x | $-\infty$ | $\sqrt[3]{-2}$ | 0 | $\sqrt[3]{2}$ | $+\infty$ | | | | | |
| $h'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | | |
| $h(x)$ | $+\infty$ | | | | | | | | | $+\infty$ |

Khi đó, hàm số $g(x) = |h(x)|$ có số điểm cực đại nhiều nhất $\Leftrightarrow h(x) = 0$ có 4 nghiệm.

Vậy hàm số $g(x) = |h(x)|$ có tối đa 3 điểm cực đại.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa

diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên).



Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $K = MN \cap SB \Rightarrow \frac{BK}{BS} = \frac{1}{3}$.

Đặt $V = V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{S.BCD} = V_{S.ABC} = \frac{V}{2}$.

$$\frac{V_{C.DMN}}{V_{C.DBS}} = \frac{CD}{CD} \cdot \frac{CM}{CB} \cdot \frac{CN}{CS} = 1 \Rightarrow V_{C.DMN} = \frac{V}{2}.$$

$$\frac{V_{B.MKI}}{V_{B.CSA}} = \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BK}{BS} \cdot \frac{BI}{BA} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{B.MKI} = \frac{V}{12} \Rightarrow V_2 = V_{C.DMN} - V_{B.MKI} = \frac{V}{2} - \frac{V}{12} = \frac{5V}{12} \Rightarrow V_1 = \frac{7V}{12}.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = ax - (a-3)\ln(x^2 + 3x)$ với a là tham số thực. Biết rằng nếu $\max_{[1;3]} f(x) = f(2)$ thì $\min_{[1;3]} f(x) = m$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m \in (6;7)$.

B. $m \in (7;8)$.

C. $m \in (8;9)$.

D. $m \in (9;10)$.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = ax - (a-3)\ln(x^2 + 3x) \Rightarrow f'(x) = a - (a-3) \frac{2x+3}{x^2+3x}$$

Vì $\max_{[1;3]} f(x) = f(2)$ nên $f'(2) = 0$.

$$\Rightarrow a - (a-3) \frac{7}{10} = 0 \Leftrightarrow a = -7$$

$$\Rightarrow f'(x) = -7 + 10 \frac{2x+3}{x^2+3x}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-15}{7} \end{cases}$$

$$f(1) = -7 + 10 \ln 4; f(2) = -14 + 10 \ln 10; f(3) = -21 + 10 \ln 18$$

Vậy $\max_{[1;3]} f(x) = f(2)$ và $m = \min_{[1;3]} f(x) = f(1) \approx 6,86$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; e]$ và thỏa mãn $f(1) = 0$;

$[f'(x) - 1]x = f(x), \forall x \in [1; e]$. Tích phân $\int_1^e f(x) dx$ bằng

A. $\frac{e^2 - 1}{4}$. B. $\frac{e^2 + 1}{2}$. C. $\frac{e^2 + 1}{4}$. D. $\frac{e^2 - 1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$[f'(x) - 1]x = f(x) \Leftrightarrow f'(x)x - f(x) = x \Rightarrow \frac{1}{x} f'(x) + \frac{-1}{x^2} f(x) = \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{1}{x} f(x) \right]' = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x} f(x) = \ln x + C \text{ do } x \in [1; e], \text{ mà } f(1) = 0 \Rightarrow f(x) = x \ln x.$$

$$\int_1^e f(x) dx = \int_1^e x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x}{2} dx = \frac{e^2}{2} - \left(\frac{e^2}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{e^2 + 1}{4}.$$

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn

$$(xy^2 + x - 2y - 1) \log y = \log \frac{2y - x + 3}{x}$$

A. 3. B. 1. C. vô số. D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2y - x + 3 > 0 \\ y > 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y < 3 \\ y > 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$(xy^2 + x - 2y - 1) \log y = \log \frac{2y - x + 3}{x}$$

$$\Leftrightarrow (xy^2 + x - 2y - 1) \log y - 2 \log y = \log \frac{2y - x + 3}{x} - 2 \log y$$

$$\Leftrightarrow (xy^2 + x - 2y - 3) \log y = \log \frac{2y - x + 3}{xy^2}$$

$$\Leftrightarrow (a - b) \log y = \log \frac{b}{a} \Leftrightarrow (a - b) \log y + \log \frac{a}{b} = 0, \text{ với } \begin{cases} a = xy^2 \\ b = 2y - x + 3 \end{cases} (a, b > 0)$$

$$\text{Nếu } a > b \text{ thì } (a - b) \log y + \log \frac{a}{b} > 0, a < b \text{ thì } (a - b) \log y + \log \frac{a}{b} < 0.$$

$$\text{Nên } (a - b) \log y + \log \frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow xy^2 = 2y - x + 3 \Leftrightarrow x = \frac{2y + 3}{y^2 + 1}.$$

Xét hàm số $f(y) = \frac{2y+3}{y^2+1}$ với $y > 1$. Ta có $f'(y) = \frac{-2y^2 - 6y + 2}{(y^2+1)^2} < 0, \forall y > 1$.

Nên $f(y)$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Bảng biến thiên:

| | | |
|---------|---------------|-----------|
| y | 1 | $+\infty$ |
| $f'(y)$ | | - |
| $f(y)$ | $\frac{5}{2}$ | 0 |

Để tồn tại số thực y lớn hơn 1 thì $0 < x < \frac{5}{2} \Rightarrow x \in \{1; 2\}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x+2y+z-7=0$ và đi qua hai điểm $A(1;2;1), B(2;5;3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{470}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{546}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{763}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{345}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là tâm mặt cầu $(S) \Rightarrow I \in (Q)$ là mặt phẳng trung trực của $AB: \begin{cases} \text{qua } M\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}; 2\right) \\ VTPT \overline{AB} = (1; 3; 2) \end{cases}$

có dạng: $x+3y+2z-16=0$.

Vậy $I \in d$ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $\begin{cases} x+3y+2z-16=0 \\ x+2y+z-7=0 \end{cases}$

+ cho $x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=-2 \\ z=11 \end{cases} \rightarrow C(0; -2; 11) \in d$ và cho $x=1 \Rightarrow \begin{cases} y=-3 \\ z=12 \end{cases} \rightarrow D(1; -3; 12) \in d$.

+ Đường thẳng $d: \begin{cases} \text{qua } C(0; -2; 11) \\ VTCP \overline{CD} = (1; -1; 1) \end{cases}$ có dạng: $\begin{cases} x = t \\ y = -2-t \rightarrow I(t; -2-t; 11+t) \\ z = 11+t \end{cases}$.

+ Bán kính $R = IA = \sqrt{(1-t)^2 + (4+t)^2 + (10+t)^2} = \sqrt{3\left[\left(t+\frac{13}{3}\right)^2 + \frac{82}{9}\right]} \geq \frac{\sqrt{546}}{3}$ khi $t = -\frac{13}{3}$.

Vậy $R_{\min} = \frac{\sqrt{546}}{3}$ khi $t = -\frac{13}{3}$.

Câu 50. Trong khoảng $(-10; 20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}]$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

- A. 23. B. 20. C. 8. D. 15.

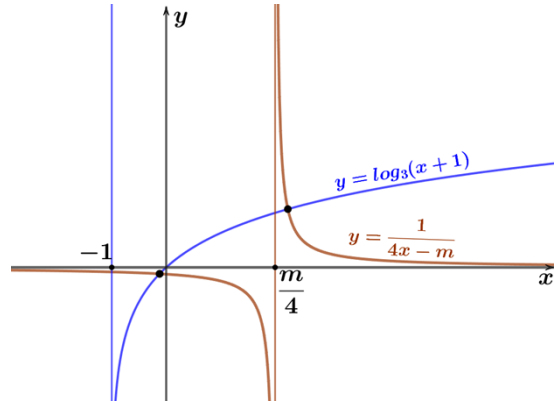
Lời giải

Chọn A

Với điều kiện: $x > -1$ thì phương trình ban đầu $\Leftrightarrow 4x \log_3(x+1) = 1 + m \log_3(x+1)$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+1) = \frac{1}{4x-m}$$

Để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt thì đồ thị hai hàm số $\begin{cases} y = \log_3(x+1) \\ y = \frac{1}{4x-m} \end{cases}$ có 2 giao điểm.



Từ đồ thị, điều kiện có 2 giao điểm khi $\frac{m}{4} > -1 \Leftrightarrow m > -4$ và $m \in (-10; 20)$, $m \in \mathbb{Z}$.

$$\Rightarrow m = \{-3; -2; \dots; 19\}.$$

HẾT