

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN  
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ II – NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn thi: Toán, Lớp: 10, Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I (3 điểm).

1) Giải phương trình

$$\left(\log_2 \frac{3}{x}\right)^2 + 2\log_3 2x = \log_3 18x \cdot \log_2 \frac{3}{x}.$$

2) Giải phương trình

$$\frac{\cos x}{\sin 3x} + \frac{\cos 3x}{\sin 9x} + \frac{\cos 9x}{\sin 27x} = 0.$$

Câu II (3 điểm).

1) Cho tam giác  $ABC$  có bán kính đường tròn ngoại tiếp là  $R$ , bán kính đường tròn nội tiếp là  $r$ , nửa chu vi là  $p$ . Chứng minh rằng

$$\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} = \frac{4R+r}{p}.$$

2) Với  $A, B, C$  là 3 góc của tam giác không tù, chứng minh rằng

$$(1 + \sin^2 A)(1 + \sin^2 B)(1 + \sin^2 C) > 4.$$

Câu III (3 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: 3x+4y-3=0$  và đường tròn  $(C): x^2+y^2-x-7y=0$ .

1) Tìm tọa độ các giao điểm của  $d$  và  $(C)$ .

2) Lập phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại các giao điểm đó.

Câu IV (1 điểm). Với  $a, b, c$  là những số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{4c} + \frac{c}{4b} + \frac{a+b}{2a+2c} + \frac{3a+c}{a+3b} \geq \frac{16a}{5a+3b}.$$

..... Hết .....