

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là parabol (P).

a) Vẽ (P).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m+1)x + 3$ cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 2. (2,5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$.

b) $x^2 + (3 - \sqrt{7})x - \sqrt{7} + 2 = 0$.

c) $(x+1)(3-x) = \frac{1}{2}(5x+6)$.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị gấp hai lần chữ số hàng chục và nếu viết hai chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại thì được số mới (có hai chữ số) lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị.

b) Một người đi ô tô từ A đến B với một vận tốc và một thời gian đã định. Biết rằng nếu tăng vận tốc thêm 15km/h thì thời gian đến B giảm đi 1 giờ so với thời gian đã định và nếu giảm vận tốc đi 10km/h thì thời gian đến B tăng thêm 1 giờ so với thời gian đã định. Tính độ dài quãng đường AB.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 4m - 7 = 0$, với m là tham số. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(1 - x_1^2)(x_2^2 - 1) \leq 12$.

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Đường tròn (B;BA) và đường tròn (C;CA) cắt nhau tại điểm thứ hai là D.

a) Chứng minh rằng $\triangle ABC = \triangle DBC$ và tứ giác ABDC nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của BC và AD. Trên đoạn thẳng DH lấy điểm M (M khác H và D). Đường thẳng BM cắt đường tròn (C;CA) tại hai điểm E và F (E nằm giữa B và M). Chứng minh $BA^2 = BE \cdot BF$.

c) Đường thẳng CM cắt đường tròn (B;BA) tại hai điểm P và Q (P nằm giữa C và M). Chứng minh EPFQ là một tứ giác nội tiếp.

---Hết---

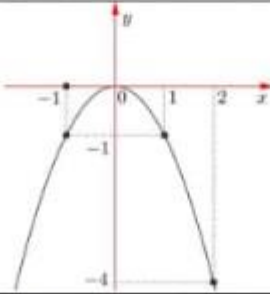
MÔN: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM

Dưới đây là sơ lược biểu điểm để kiểm tra học kì II, tổ chuyên môn của các trường THCS thảo luận thống nhất thêm chi tiết lời giải và biểu điểm. Tổ chuyên môn có thể phân chia điểm nhỏ đến 0,25 điểm cho từng ý, từng câu của đề kiểm tra. Tuy nhiên, điểm từng bài, từng câu không được thay đổi. Nội dung thảo luận hướng dẫn chấm, chấm chung được ghi vào biên bản của tổ chuyên môn.

Học sinh có lời giải khác lời giải do tổ chuyên môn thống nhất, nhưng lập luận và kết quả chính xác, bài làm đúng đến ý nào thì có thể cho điểm tối đa ý đó.

Việc làm tròn số điểm bài kiểm tra được thực hiện theo quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo tại Thông tư số 26/2020/TT-BGDĐT sửa đổi, bổ sung một số điều của Thông tư số 58/2011/TT-BGDĐT ngày 12/12/2011.

CÂU, Ý	ĐỀ - HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Câu 1 (1,5 đ)	Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là parabol (P). a) Vẽ (P). b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m+1)x + 3$ cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng 1.	
1.a (1,0 đ)	 <ul style="list-style-type: none"> ▪ Vẽ đồ thị: Xác định được ít nhất 4 điểm thuộc đồ thị. ▪ Vẽ đúng đồ thị. 	0,5
		0,5
1.b (0,5 đ)	Thay $x = 1$ vào phương trình parabol suy ra $y = -1$	0,25
	Điểm $A(1; -1)$ nằm trên đồ thị hàm số $y = (m+1)x + 3$ suy ra $m = -5$. Kết luận	0,25
Câu 2 (2,5 đ)	Giải các phương trình sau: a) $x^2 - 7x + 10 = 0$. b) $x^2 + (3 - \sqrt{7})x - \sqrt{7} + 2 = 0$. c) $(x+1)(3-x) = \frac{1}{2}(5x+6)$.	
2.a (0,75 đ)	▪ Tính $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 10 = 9 > 0$	0,25
	▪ Tính được: $x_1 = 5$,	0,25
	▪ Tính được: $x_2 = 2$.	0,25
2.b (0,75 đ)	▪ Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có các hệ số $a = 1, b = 3 - \sqrt{7}, c = -\sqrt{7} + 2$	0,25
	▪ Nhận xét $a - b + c = 0$	0,25
	▪ Kết luận phương trình có hai nghiệm là $x_1 = -1$ và $x_2 = \sqrt{7} - 2$.	0,25
2.c (1,00 đ)	▪ Biến đổi đưa về $2x^2 + x = 0$	0,25
	▪ $\Leftrightarrow x(2x+1) = 0$	0,25
	▪ $\Leftrightarrow x = 0$ hoặc $2x+1 = 0$	0,25
	▪ Kết luận	0,25
Câu 3 (2,0 đ)	a) Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị gấp hai lần chữ số hàng chục và nếu viết hai chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại thì được số mới (có hai chữ số) lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị. b) Một người đi ô tô từ A đến B với một vận tốc và một thời gian đã định. Biết rằng nếu tăng vận tốc thêm 15km/h thì thời gian đến B giảm đi 1 giờ so với thời gian đã định và nếu giảm vận tốc đi 10km/h thì thời gian đến B tăng thêm 1 giờ so với thời gian đã định. Tính độ dài quãng đường AB.	

3.a (1,0 đ)	▪ Gọi chữ số hàng chục là x , chữ số hàng đơn vị là y . Điều kiện $x, y \in \{0; 1; \dots; 9\}, x \neq 0$	0,25		
	▪ Theo giả thiết: $y = 2x$ (1).	0,25		
	▪ Lập luận được: $10y + x = (10x + y) + 27 \Leftrightarrow y = x + 3$ (2).	0,25		
	▪ Giải hệ (1), (2) ta được $x = 3; y = 6$. Kết luận: số cần tìm là 36.	0,25		
3.b (1,0 đ)	▪ Gọi x là vận tốc và y là thời gian ô tô đi từ A đến B như đã định. ĐK: $x > 10, y > 1$	0,25		
	▪ Vận tốc ô tô tăng thêm 15km/h thì thời gian đến B giảm đi 1 giờ so với thời gian đã định nên $xy = (x + 15)(y - 1) \Leftrightarrow 15y - x = 15$ (3)	0,25		
	▪ Vận tốc ô tô giảm đi 10km/h thì thời gian đến B tăng thêm 1 giờ so với thời gian đã định nên $xy = (x - 10)(y + 1) \Leftrightarrow x - 10y = 10$ (4)	0,25		
	▪ Giải hệ (3), (4) ta được $x = 60$ và $y = 5$. Kết luận: quãng đường $AB = xy = 300\text{km}$.	0,25		
Câu 4 (1,0 đ)	Cho phương trình $x^2 - 2mx - 4m - 7 = 0$, với m là tham số. CMR với mọi giá trị của m thì phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $(1 - x_1^2)(x_2^2 - 1) \leq 12$.			
	▪ $\Delta' = (m + 2)^2 + 3 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .	0,25		
	▪ Biến đổi $(1 - x_1^2)(x_2^2 - 1) = x_2^2 + x_1^2 - (x_1x_2)^2 - 1 = (x_1 + x_2)^2 - (x_1x_2 + 1)^2$	0,25		
	▪ Theo định lý Viét: $x_1 + x_2 = 2m, x_1x_2 = -4m - 7$.	0,25		
	▪ Thay vào suy ra $(1 - x_1^2)(x_2^2 - 1) = -12(m + 2)^2 + 12 \leq 12$	0,25		
Câu 5 (3,0 đ)	Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Hai đường tròn $(B; BA)$ và $(C; CA)$ cắt nhau tại điểm thứ hai là D. a) Chứng minh $\Delta ABC = \Delta DBC$ và tứ giác ABDC là tứ giác nội tiếp. b) Gọi H là giao điểm của BC và AD. Trên đoạn DH lấy điểm M (M không trùng H và D). Đường thẳng BM cắt đường tròn $(C; CA)$ tại hai điểm E và F (E nằm giữa B và M). Chứng minh $BA^2 = BE.BF$. c) Đường thẳng CM cắt đường tròn $(B; BA)$ tại hai điểm P và Q (P nằm giữa C và M). Chứng minh tứ giác EPFQ là tứ giác nội tiếp.			
	Hình vẽ (0,5 đ)		▪ Hình vẽ phục vụ câu a, b.	0,5
			▪ Chứng minh đúng $\Delta ABC = \Delta DBC$ (c.c.c).	0,25
			▪ Vì $\Delta BAC = \Delta BDC$ nên $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$	0,25
▪ Ta có $\widehat{BDC} + \widehat{BAC} = 180^\circ$			0,25	
5.a (1,00 đ)		▪ KL: tứ giác ABDC là tứ giác nội tiếp.	0,25	
		▪ Vì $BA \perp AC$ nên BA là tiếp tuyến của $(C; CA)$ suy ra $\widehat{BAE} = \widehat{AFB}$ (cùng chắn \widehat{AE} của $(C; CA)$)	0,25	
		▪ Suy ra $\Delta BAE \sim \Delta BFA$ (g.g)	0,25	
		▪ Suy ra $BA^2 = BE.BF$.	0,25	
5.b (0,75 đ)		▪ Chứng minh $\Delta MDF \sim \Delta MEA$ (g.g) nên $MD.MA = ME.MF$ (1)	0,25	
		▪ Chứng minh $\Delta MPA \sim \Delta MDQ$ (g.g) nên $MD.MA = MP.MQ$ (2)	0,25	
		▪ Từ (1) và (2) có $ME.MF = MP.MQ$ nên $\Delta MEP \sim \Delta MQF$ (c.g.c) suy ra $\widehat{PEF} = \widehat{PQF}$ nên tứ giác EPFQ nội tiếp.	0,25	