

Bài 1 (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-1)(3-\sqrt{x})}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm x để $A+B = \sqrt{x}$.

Bài 2 (2,5 điểm).

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai công nhân cùng làm chung một công việc mất 12 giờ. Nếu người thứ nhất làm trong 10 giờ và người thứ hai làm trong 5 giờ thì được $\frac{2}{3}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì hoàn thành công việc trong thời gian bao lâu.

b) Một ống nhựa hình trụ dùng để thoát nước từ mái nhà có chiều dài 3m và đường kính 20cm. Hỏi diện tích nhựa để làm ống là bao nhiêu mét vuông? (bỏ qua độ dày của thành ống, lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 3 (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 3$.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $(2x_1 + x_2)^2 = 9$.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) và dây BC cố định, không qua tâm. Điểm A thay đổi trên cung lớn BC (A khác B, C), điểm I là điểm chính giữa cung nhỏ BC . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên các đường thẳng AB, AC . Chứng minh:

a) Bốn điểm A, H, I, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Tam giác IHK là tam giác cân và $\widehat{HIK} = \widehat{BIC}$.

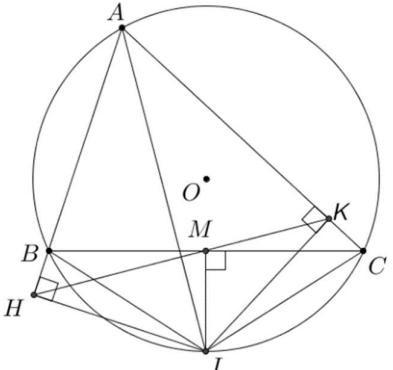
c) Khi A thay đổi trên cung lớn BC thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5 (0,5 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x}$, với x thỏa mãn $0 \leq x \leq 1$.

Bài	Nội dung	Điểm
1 (2,0đ)	a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$	0,5
	Thay $x = 4$, $A = \frac{\sqrt{4} - 3}{\sqrt{4} - 1}$	0,25
	$A = -1$	0,25
	b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1}$.	1,0
	$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 1)} + \frac{\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 3)}$	0,25
	$= \frac{x - \sqrt{x} + \sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
	$= \frac{x - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
	c) Tìm x để $A + B = \sqrt{x}$.	0,5
	$A + B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \sqrt{x}$, ĐK $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$ $\Rightarrow 2\sqrt{x} = x - \sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) = 0$	0,25
TH1: $\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0$ (TM); TH2: $\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$ (Không TM) Vậy $x = 0$.	0,25	
2 (2,5đ)	a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình Hai công nhân cùng làm chung một công việc mất 12 giờ. Nếu người thứ nhất làm trong 10 giờ và người thứ hai làm trong 5 giờ thì được $\frac{2}{3}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì hoàn thành công việc trong thời gian bao lâu.	2,0
	Gọi thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc là x (giờ) ($x > 0$) Gọi thời gian để người thứ hai hoàn thành công việc là y (giờ) ($y > 0$)	0,25
	Một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc Một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc	0,25

	Một giờ cả hai người làm được $\frac{1}{12}$ công việc. Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (1)$	0,25
	Người thứ nhất làm trong 10 giờ và người thứ hai làm trong 5 giờ được $\frac{2}{3}$ công việc nên ta có phương trình: $\frac{10}{x} + \frac{5}{y} = \frac{2}{3} \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{10}{x} + \frac{5}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình được $x = 20; y = 30$ (TMĐK)	0,5
	Kết luận.	0,25
	b) Một ống nhựa hình trụ dùng để thoát nước từ mái nhà có chiều dài 3m và đường kính 20cm. Hỏi diện tích nhựa để làm ống là bao nhiêu mét vuông? (bỏ qua độ dày của thành ống, lấy $\pi \approx 3,14$).	0,5
	Đổi 20 cm = 0,2 m. Bán kính đáy của ống là: $0,2 : 2 = 0,1$ m. Diện tích nhựa để làm ống là diện tích xung quanh hình trụ: $S = 2 \times \pi \times R \times h \approx 2 \times 3,14 \times 0,1 \times 3$ (Học sinh viết dấu "=" khi thay 3,14 tính một lỗi nhỏ).	0,25
	$S \approx 1,884$ m ² . Kết luận.	0,25
3 (1,5đ)	a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 3$.	0,75
	Thay $m = 3$. Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x - 3 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0$.	0,25
	Phương trình có 2 nghiệm $x = -1$ và $x = 3$.	
	Với $x = -1, y = (-1)^2 = 1$. Tọa độ giao điểm là $(-1; 1)$.	0,25
	Với $x = 3, y = 3^2 = 9$. Tọa độ giao điểm là $(3; 9)$.	
	b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $(2x_1 + x_2)^2 = 9$.	0,75
	Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x - m = 0 \quad (1)$ Đường thẳng (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$ (hoặc $\Delta' > 0$) $\Delta = 4 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -1$	0,25
x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1). Theo Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m \end{cases}$	0,25	
$(2x_1 + x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_1 + x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + 2)^2 = 9$		
TH1: $x_1 + 2 = 3 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 1$	0,25	

	$x_1 x_2 = -m \Leftrightarrow m = -1$ (không thỏa mãn) TH2: $x_1 + 2 = -3 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 7$ $x_1 x_2 = -m \Leftrightarrow m = 35$ (thỏa mãn) Vậy $m = 35$.	
	Vẽ đúng hết câu a được 0,25 	a) Chứng minh bốn điểm A, H, I, K cùng thuộc một đường tròn. 1,0
		$IH \perp AB \Rightarrow \widehat{IHA} = 90^\circ \Rightarrow A, H, I$ cùng thuộc đường tròn đường kính AI (1). 0,25
		$IK \perp AC \Rightarrow \widehat{IKA} = 90^\circ \Rightarrow A, K, I$ cùng thuộc đường tròn đường kính AI (2). 0,25
		Từ (1) và (2), bốn điểm A, H, I, K cùng thuộc đường tròn đường kính AI. 0,5
		b) Chứng minh tam giác IHK là tam giác cân 1,0
		Điểm I là điểm chính giữa cung BC $\Rightarrow \widehat{IB} = \widehat{IC} \Rightarrow \widehat{IAB} = \widehat{IAC}$ 0,25
		Xét $\triangle IAH$ và $\triangle IAK$ 0,25
		$\widehat{IHA} = \widehat{IKA} = 90^\circ$; AI chung; $\widehat{IAH} = \widehat{IAK}$ 0,25
		$\Rightarrow \triangle IAH = \triangle IAK$ (cạnh huyền - góc nhọn) 0,25
		$\Rightarrow IH = IK \Rightarrow \triangle IHK$ cân tại I 0,25
4 (3,5đ)		Chứng minh $\widehat{HIK} = \widehat{BIC}$. 0,75
		Tứ giác AHIK nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{HKI}$ 0,25
		Xét đường tròn (O): $\widehat{BAI} = \widehat{BCI} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{IB} \Rightarrow \widehat{HKI} = \widehat{BCI}$ 0,25
		$\widehat{IB} = \widehat{IC} \Rightarrow IB = IC \Rightarrow \triangle IBC$ cân tại I $\Rightarrow \widehat{BCI} = \widehat{CBI} = \frac{180^\circ - \widehat{BIC}}{2}$ 0,25
		$\triangle IHK$ cân I $\Rightarrow \widehat{HKI} = \widehat{KHI} = \frac{180^\circ - \widehat{HIK}}{2}$ 0,25
		mà $\widehat{HKI} = \widehat{BCI} \Rightarrow \widehat{HIK} = \widehat{BIC}$
		c) Khi A thay đổi trên cung lớn BC thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định. 0,5
		Gọi M là giao điểm của HK và BC. 0,25
		Do $\widehat{HKI} = \widehat{BCI}$ nên tứ giác MKCI là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IMC} = \widehat{IKC} = 90^\circ$. 0,25
		$\triangle IBC$ cân tại I, $IM \perp BC \Rightarrow M$ là trung điểm BC. 0,25
		Dây BC cố định nên M là điểm cố định mà đường thẳng HK luôn đi qua.
		Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x}$, với x thỏa mãn $0 \leq x \leq 1$. 0,5
5 (0,5đ)		Điều kiện xác định: $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq x \Rightarrow 1-x^2 \geq 1-x$. 0,25
		$A = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x} \geq \sqrt{1-x} + \sqrt{x} \geq \sqrt{1-x+x} = 1$. 0,25
		Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng 1 khi $x=0$ hoặc $x=1$.

Lưu ý: - Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

- Học sinh giải cách khác đúng cho điểm tối đa.
- Bài 4: học sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào, không chấm điểm câu đó.