TRƯỜNG THCS LÝ THƯỜNG KIỆT
Năm học 2022 – 2023
ĐỀ CHÍNH THỨC

KIỂM TRA HỌC KÌ II - MÔN TOÁN 9
Thời gian làm bài: 90 phút
Ngày thi 14 tháng 04 năm 2023
(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1 : (*2,0 điểm*). Cho hai biểu thức :

$$A = \frac{6\sqrt{x}}{x-9} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \text{ với } x \geq 0;\ x \neq 9.$$

1) Tính giá trị của B tại $x = 64$.

2) Chứng minh $A = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị x nguyên lớn nhất để $P < \dfrac{1}{2}$.

Bài 2 : (*2,0 điểm*). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 8m. Nếu tăng chiều rộng thêm 3m và tăng chiều dài thêm 5m thì diện tích khu đất lúc đó là $1200m^2$. Tính chiều rộng, chiều dài ban đầu của khu đất hình chữ nhật.

Bài 3 : (*2,5 điểm*).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} + \sqrt{y-2} = 2 \\ \dfrac{3}{x-1} - 2\sqrt{y-2} = 1 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 5x - m - 4$.

a) Tìm tọa độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi $m = 0$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 23$.

Bài 4 : (*3,0 điểm*).

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB. Gọi C là điểm thuộc (O) sao cho AC < BC; E là một điểm thuộc đoạn BC (E khác B và C). Tia AE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Kẻ EH vuông góc với AB tại H. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác ACEH nội tiếp.

2) CE. EB = AE. ED.

3) Tia CH cắt (O) tại điểm thứ hai F. Gọi I và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm F trên các đường thẳng CA và CB. Chứng minh ba đường thẳng AB, DF, IK cùng đi qua một điểm.

Bài 5 : (*0,5 điểm*). Giải phương trình: $\dfrac{4}{x} + \sqrt{x - \dfrac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \dfrac{5}{x}}$

------------------------------*Chúc các con làm bài tốt*------------------------------

ĐÁP ÁN HỌC KỲ II – THCS LÝ THƯỜNG KIỆT

Bài 1: (2,0đ)

a) Có $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$, với $x=64$, thế vào biểu thức ta được $B=\dfrac{\sqrt{64}-3}{\sqrt{64}+2}=\dfrac{8-3}{8+2}=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$

b) Từ biểu thức $A=\dfrac{6\sqrt{x}}{x-9}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{6\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{6\sqrt{x}+\left(\sqrt{x}-3\right).\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$

$\Leftrightarrow A=\dfrac{x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{x}+3\right)\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ (đpcm)

c) Xét $P=A.B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$. Để $P<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2\sqrt{x}<\sqrt{x}+2\Leftrightarrow\sqrt{x}<2$

$\Leftrightarrow x<4$. Vậy giá trị x nguyên lớn nhất là x = 3

Bài 2: (2,0 đ)

Goi x, y lần lượt là chiều dài và chiều rộng của khu đất hình chữ nhật, đơn vị tính bằng m. Điều kiện x, y là các số dương.

Khu đất có chiều dài lớn hơn chiều rộng 8m, vậy ta có phương trình: y – x = 8

Nếu tăng chiều rộng lên 3m ta được (x + 3) m, chiều dài thêm 5m ta được (y + 5) m. Khi đó ta thu được diện tích là $(x+3).(y+5)=1200$.

Vậy ta có hệ phương trình $\begin{cases}y-x=8\\(x+3)(y+5)=1200\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+8\\(x+3)(y+5)=1200\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+8\\(x+3)(x+13)=1200\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+8\\x^2+16x+39=1200\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+8\\x^2+16x-1161=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+8\\\left[\begin{array}{l}x=27\\x=-43(l)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=35\\x=27\end{cases}$. Vậy mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng bằng 27m, chiều dài bằng 35m

Bài 3: (2,5đ)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}+\sqrt{y-2}=2\\\dfrac{3}{x-1}-2\sqrt{y-2}=1\end{cases}$, điều kiện $\begin{cases}y-2\ge 0\\x-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y\ge 2\\x\ne 1\end{cases}$

Đặt $u=\dfrac{1}{x-1},u\ne 0;v=\sqrt{y-2},v\ge 0$, ta thu được hệ phương trình mới $\begin{cases}u+v=2(*)\\3u-2v=1(**)\end{cases}$

Lấy 2.(*) + (*) ta được $2(u+v)+3u-2v=5\Leftrightarrow 5u=5\Leftrightarrow u=1$. Thế vào (*) được v = 1. Vậy ta có:

$\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}=1\\\sqrt{y-2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=1\\y-2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2(tm)\\y=3(tm)\end{cases}$. Vậy nghiệm của hệ phương trình $(x;y)=(2;3)$

2)

a) Khi m = 0 ta được phương trình d là $y = 5x - 4$. Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 = 5x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$$

Với x = 1 thế vào phương trình d được y = 1

Với x = 4 thế vào phương trình d được y = 16

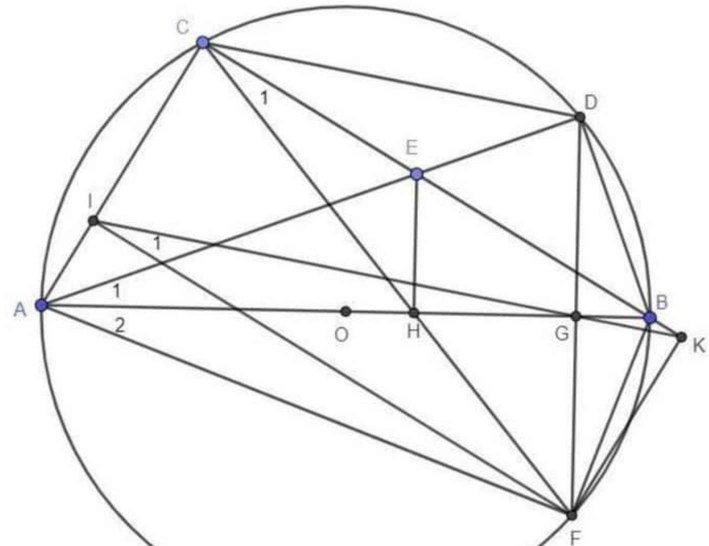
Vậy parabol (P) và đường thẳng d cắt nhau tại hai điểm có tọa độ là (1;1) và (4;16)

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 5x - m - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + m + 4 = 0$ (*), để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 23$ thì m cần thỏa mãn điều kiện sau:

$\begin{cases} \Delta = 25 - 4(m+4) > 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{9}{4} (**) \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 23 (*) \end{cases}$. Xét (*), theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1.x_2 = m + 4 \end{cases}$

, thế vào (*) ta được: $25 - 2(m+4) = 23 \Leftrightarrow 2 = 2(m+4) \Leftrightarrow m + 4 = 1 \Leftrightarrow m = -3$ thỏa mãn điều kiện (**). Vậy m = -3 thì parabol (P) và đường thẳng d cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài 4: (3,0đ)



1) Xét tứ giác ACEH, dễ dàng thấy điểm C sẽ nhìn đường kính AB dưới một góc vuông, từ đó ta có $ACE + EHA = 2v = 180^0$. Vậy tứ giác ACEH nội tiếp

2) Xét ΔEAC và ΔEBD, ta có:

$CEA = BED$ do đối đỉnh

$CAE = DBE$ do cùng chắn cung nhỏ BC

$\Rightarrow \Delta EAC \sim \Delta EBD \Leftrightarrow \dfrac{EA}{EC} = \dfrac{EB}{ED}$

$\Leftrightarrow EA.ED = EB.EC$ (đpcm)

3) Giả sử IK cắt AB tại G. Theo cách dựng, ta có FKCI là hình chữ nhật nên có $I_1 = C_1$, mặt khác,ta lại có $C_1 = A_2$ do cùng chắn cung nhỏ BF $\Rightarrow I_1 = A_2$, cùng nhìn cạnh FG $\Rightarrow$ tứ giác AIGF nội tiếp $\Rightarrow AIF = AGF = 90^0$, hay $AB \perp FG \Rightarrow FG // EH$ (1)

Mặt khác, xét trong tứ giác nội tiếp ACEH, ta có $ACH = AEH$ do cùng chắn cung AH.

Xét trong (O), có $ACH = ADF$ do cùng chắn cung nhỏ AF. Từ đây suy ra $ADF = AEH$ (2 góc đồng vị) $\Rightarrow DF // EH$ (2). Từ (1), (2) $\Rightarrow D, G, F$ thẳng hàng.

Vậy IK, AB, DF cùng đồng qui tại G.

Bài 5: (0,5đ)

Điều kiện: $\begin{cases} x-\dfrac{1}{x}\ge 0; 2x-\dfrac{5}{x}\ge 0 \\ x\ne 0 \end{cases}$. (*)

Ta biến đổi như sau: $\dfrac{4}{x}+\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=x+\sqrt{2x-\dfrac{5}{x}} \Leftrightarrow x-\dfrac{4}{x}+\sqrt{2x-\dfrac{5}{x}}-\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=0$

$$\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}\right)^2-\left(\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)^2+\sqrt{2x-\frac{5}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}=0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-\frac{5}{x}}=\sqrt{x-\frac{1}{x}} \Leftrightarrow 2x-\frac{5}{x}=x-\frac{1}{x} \Leftrightarrow x=\frac{4}{x} \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Thế x = 2 vào điều kiện (*) được $2-\dfrac{1}{2}>0; 4-\dfrac{5}{2}>0$, vậy thỏa mãn

Thế x = -2 vào điều kiện (*) được $-2+\dfrac{1}{2}<0; -4+\dfrac{5}{2}<0$, vậy không thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình $S=\{2\}$