

Bài 1 (2 điểm).

Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{3x+3}{9-x}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

b) Rút gọn biểu thức B và tính $P = \frac{B}{A}$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Bài 2 (2 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm trong 6 ngày thì xong công việc. Hai người làm cùng nhau trong 3 ngày thì người thứ nhất được chuyển đi làm công việc khác, người thứ hai làm một mình trong 4 ngày nữa thì hoàn thành công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với đường kính đáy 60cm, chiều cao là 1m. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua chiều dày của vỏ thùng và biết $\pi \approx 3,14$).

Bài 3 (2.5 điểm).

1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} + 2\sqrt{y-2} = 5 \\ \frac{4}{x+3} - \sqrt{y-2} = 2 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - m + 2$ với m là tham số.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để $(1+x_2)(1+x_1) = 5$.

Bài 4 (3 điểm).

Cho đường tròn tâm (O;R) và một điểm M nằm ngoài đường tròn, kẻ tiếp tuyến MA (A là tiếp điểm). Kẻ đường kính AOC và dây cung AB vuông góc với OM tại H.

a) Chứng minh rằng: Tứ giác AOBM nội tiếp đường tròn và hãy xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOBM đó

b) Kẻ dây CN của đường tròn (O) đi qua H. Tia MN cắt (O) tại điểm thứ hai là D. Chứng minh: $MD.MN = MA^2$

c) Chứng minh ba điểm B, O, D thẳng hàng.

Bài 5 (0.5 điểm).

Cho $x, y, z > 0$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$



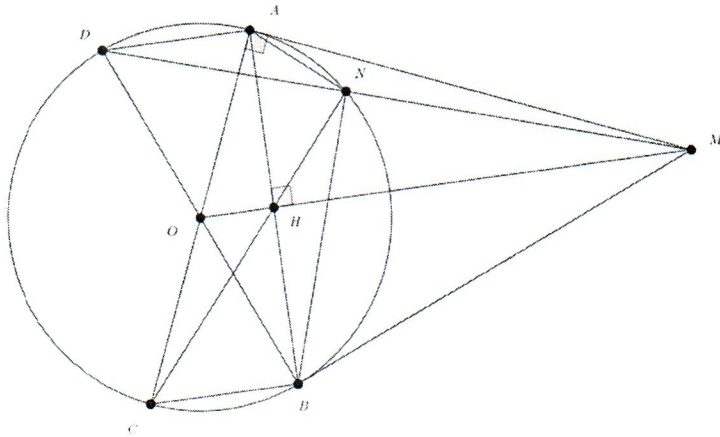
Bài	ý	Nội dung	Điểm
1	1.a	Thay $x = 25$ (tmđk) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{\sqrt{25} + 1}{\sqrt{25} - 3} = \dots = 3$ Vậy $A = 3$ tại $x = 25$	0.25 0.25
	1.b	$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) - 3x - 3}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{x + 3\sqrt{x} + 2x - 6\sqrt{x} - 3x - 3}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{-3\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{-3(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$ $P = \frac{B}{A} = \frac{\frac{-3(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}}{\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}} = \frac{-3}{\sqrt{x} + 3}$	0.5 0.5
	1.c	Vì $x \geq 0$ nên $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 3 \geq 3 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x} + 3} \leq 1 \Rightarrow \frac{-3}{\sqrt{x} + 3} \geq -1 \Rightarrow M \geq -1$ Vậy $M_{\min} = -1$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$.	0.25 0.25
2	2.1	Gọi thời gian người 1, người 2 làm một mình xong công việc lần lượt là x, y ngày ($x, y > 6$) Trong một ngày, người 1 và người 2 lần lượt làm được $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ công việc, suy ra phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ Người 1 làm trong 3 ngày và người 2 làm trong $3+4=7$ ngày lần lượt được $\frac{3}{x}$ và $\frac{7}{y}$ công việc, suy ra phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{7}{y} = 1$ Giải hệ ta được $x = 24, y = 8$ Chú ý: Không có điều kiện của ẩn, đơn vị, tmđk: mỗi 02 lỗi trừ 0,25đ Giải PT tắt trừ 0,25đ	0.25 0.25 0.5
	2.2	Bán kính đáy là $r = \frac{60}{2} = 30\text{cm} = 0,3\text{m}$ Thể tích bồn inox có thể đựng là: $V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot 0,3^2 \cdot 1 = 0,2826(\text{cm}^2)$	0.5 0.5



3	3.1	$\begin{cases} \frac{1}{x+3} + 2\sqrt{y-2} = 5 \\ \frac{4}{x+3} - \sqrt{y-2} = 2 \end{cases} \quad \text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \neq -3 \\ y \geq 2 \end{cases}$ <p>Đặt $\frac{1}{x+3} = a; \sqrt{y-2} = b (b \geq 0)$</p> <p>Ta có: $\begin{cases} a + 2b = 5 \\ 4a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 5 \\ 8a - 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a = 9 \\ a + 2b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$</p> <p>Trở lại $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+3} = 1 \\ \sqrt{y-2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = 1 \\ y-2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 6 \end{cases} \text{ (TM)}$</p> <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (-2; 6)$</p> <p>Chú ý: Không đổi chiều ĐK trừ 0,25đ Không KL trừ 0,25đ</p>	0.25 0.5 0.5 0.25
	3.2 a	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:</p> $x^2 = mx - m + 2$ $x^2 - mx + m - 2 = 0$ $\Delta = (-m)^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0, \forall m$ <p>Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.</p>	0.25 0.25
	3.2 b	<p>Do $\Delta > 0, \forall m$ (theo ý a)</p> <p>Áp dụng Định lý Vi-ét ta có:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m - 2 \end{cases}$ <p>Ta có:</p> $(1+x_2)(1+x_1) = 5$ $\Leftrightarrow 1 + x_1 + x_2 + x_1x_2 = 5$ $\Leftrightarrow 1 + m + m - 2 = 5$ $\Leftrightarrow m = 3 \text{ (tm)}$ <p>Vậy $m = 3$</p>	0.25 0.25

H.1
GI
ÀO
1.1

4



0.25

Chú ý: Vẽ đúng hình 0.25đ

4.a Xét $\triangle AOB$ có $OA = OB = R \Rightarrow \triangle AOB$ cân tại O mà OH là đường cao nên OH cũng là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{AOH} = \widehat{BOH}$

Xét $\triangle AOM$ và $\triangle BOM$ có $\begin{cases} \widehat{AOH} = \widehat{BOH} \\ OA = OB \\ OM \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow \triangle AOM = \triangle BOM (\text{c.g.c})$

0.25

$\Rightarrow \widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ \Rightarrow OB \perp MB$

Xét tứ giác AOBM có $\widehat{OBM} + \widehat{OAM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ (tổng 2 góc đối)
 Vì vậy AOBM là tứ giác nội tiếp.

0.5

Tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOBM là trung điểm của OM

0.25

0.25

Chú ý: Không xác định tâm trừ 0.25đ

4.b Xét (O) ta có:

+ \widehat{MAN} là góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn \widehat{AN} nên
 $\widehat{MAN} = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{AN}$

+ \widehat{MDA} là góc nội tiếp chắn \widehat{AN} nên $\widehat{MDA} = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{AN}$

Khi đó: $\widehat{MAN} = \widehat{MDA} = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{AN}$

0.25

Xét $\triangle MAN$ và $\triangle MDA$ có $\begin{cases} \widehat{AMD} \text{ chung} \\ \widehat{MAN} = \widehat{MDA} (\text{cmt}) \end{cases}$

0.25

$\Rightarrow \triangle MAN \sim \triangle MDA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MN}{MA} \Rightarrow MA^2 = MN \cdot MD$

0.5

4.c	<p>+ Tứ giác NADB nội tiếp (O) nên $\Rightarrow \widehat{AND} = \widehat{ABD}$ (cùng chắn \widehat{AD}) (1)</p> <p>+ Xét (O) có \widehat{ABC} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn suy ra $\widehat{ABC} = 90^\circ$</p> <p>Hay $AB \perp BC$ mà $AB \perp OM(gt)$ suy ra $MO \parallel BC$ hay $MH \parallel BC$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MHN} = \widehat{BCN}$ (2 góc đồng vị)</p> <p>Mà $\widehat{MBN} = \widehat{BCN}$ (cùng bằng $\frac{1}{2}$ số đo cung BN) $\Rightarrow \widehat{MBN} = \widehat{MHN}$</p> <p>Nên tứ giác MNHB là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MBH} = \widehat{HND}$ (tính chất tứ giác nội tiếp) hay $\widehat{MBA} = \widehat{CND}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có:</p> <p>$\widehat{MBA} + \widehat{ABD} = \widehat{CND} + \widehat{DNA} \Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{CNA} = 90^\circ \Rightarrow MB \perp BD$</p> <p>Mà $MB \perp BO \Rightarrow B, O, D$ thẳng hàng.</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p>
5	<p>$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}; \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{4}{y+z} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{4}{x+y} + \frac{4}{y+z} \geq \frac{16}{x+2y}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right)$</p> <p>Tương tự:</p> <p>$\frac{1}{2x+y+z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right); \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right)$</p> <p>Cộng vế với vế suy ra:</p> <p>$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} \right) = 1$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p>

Chú ý: HS giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa