

Câu 1: (2,0 điểm).

1) Cho biểu thức $A = \frac{4\sqrt{x-3}}{2}$ với $x \geq 0$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Tìm các giá trị của x để $A = -1$.

2) Rút gọn biểu thức $B = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-2\sqrt{x}}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Câu 2: (1,5 điểm).

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 15 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 3 m. Tính diện tích mảnh vườn đó.

Câu 3: (2,5 điểm).

1) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 2x - 1 = 0$.

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x = 3y - 2 \end{cases}$$

2) Cho phương trình bậc hai $2x^2 - x + m + 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $(x_1 - x_2)^2 = \frac{9}{4}$.

Câu 4: (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ các đường cao BE, CF của tam giác ấy. Gọi H là giao điểm của BE và CF . Kẻ đường kính BK của (O) .

1) Chứng minh tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $AH = CK$.

3) Đường tròn đường kính AC cắt BE ở M , đường tròn đường kính AB cắt CF ở N .

Chứng minh tam giác AMN là tam giác cân.

Câu 5: (0,5 điểm).

Giải phương trình $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} - \sqrt{2x - \frac{1}{2}} = -x^2 + 2x - \frac{3}{4}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: SBD:

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	1	Cho biểu thức $A = \frac{4\sqrt{x}-3}{2}$ với $x \geq 0$.	0,75đ
		a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.	
		Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được:	
		$A = \frac{4\sqrt{9}-3}{2}$	0,25đ
		$A = \frac{4.3-3}{2} = \frac{9}{2}$	
		Vậy $A = \frac{9}{2}$ khi $x = 9$.	0,5đ
		b) Tìm các giá trị của x để $A = -1$.	0,75đ
		Ta có: $A = -1 \Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x}-3}{2} = -1 \Leftrightarrow 4\sqrt{x}-3 = -2$	0,25đ
		$\Leftrightarrow 4\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{16}$ (thỏa mãn điều kiện).	0,25đ
		Vậy $x = \frac{1}{16}$ là giá trị cần tìm.	0,25đ
2		Rút gọn biểu thức $B = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-2\sqrt{x}}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.	0,5đ
		Ta có $B = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-2\sqrt{x}}{x-1}$	
		$B = \frac{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25đ
		$B = \frac{\sqrt{x}-1-x+\sqrt{x}+x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{-1}{x-1}$	0,25đ
		Vậy $B = \frac{-1}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.	
2		Một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 15 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 3 m. Tính diện tích mảnh vườn đó.	1,5đ
		Gọi chiều rộng của mảnh vườn đó là x (m) (Điều kiện: $x > 0$).	0,25đ
		Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng 3 m nên chiều dài của mảnh vườn là: $x + 3$ (m).	0,25đ
		Do độ dài đường chéo là 15 m nên ta có phương trình:	
		$x^2 + (x+3)^2 = 15^2 \text{ (định lý Pytago)}$ $\Leftrightarrow x^2 + x^2 + 6x + 9 = 225$	0,25đ

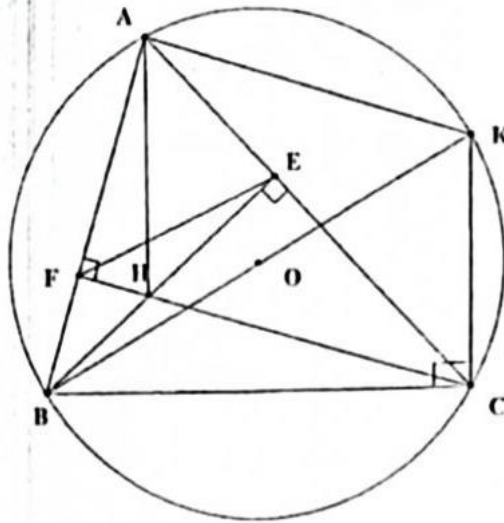
		$\Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 216 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$ $\Leftrightarrow (x-9)(x+12) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-9=0 \\ x+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \text{ (TM)} \\ x=-12 \text{ (KTM)} \end{cases}$	0,25d
		Do đó chiều rộng của mảnh vườn là 9 m; chiều dài là 12 m. Vậy diện tích mảnh vườn đó là $9.12 = 108 \text{ (m}^2\text{)}$.	0,25d
3	1	Giải các phương trình và hệ phương trình sau:	1,5d
	1a	Giải phương trình: $x^2 - 2x - 1 = 0$.	0,75d
		Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.1.(-1) = 8 > 0$.	0,25d
		Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:	
		$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 1 + \sqrt{2}$	0,25d
		$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 1 - \sqrt{2}$.	0,25d
	1b	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x = 3y - 2 \end{cases}$.	0,75d
		Xét hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x = 3y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(3y - 2) + y = 4 \\ x = 3y - 2 \end{cases}$	0,25d
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 9y - 6 + y = 4 \\ x = 3y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ x = 3y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3.1 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25d
		Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (1; 1)$.	0,25d
	2	Cho phương trình bậc hai $2x^2 - x + m + 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1 - x_2)^2 = \frac{9}{4}$.	1,0d
		Xét phương trình bậc hai: $2x^2 - x + m + 1 = 0$ (I) Ta có: $\Delta = 1 - 8(m+1) = -8m - 7$. Điều kiện để phương trình có hai nghiệm phân biệt:	
		$\Delta > 0 \Leftrightarrow -8m - 7 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{-7}{8}$.	0,25d
		Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{2} & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m+1}{2} & (2) \end{cases}$	0,25d
		Theo bài ra: $(x_1 - x_2)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = \frac{9}{4}$ (3)	
		Thay (1), (2) vào (3) ta được: $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{m+1}{2} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow m = -2$ (thỏa mãn).	0,25d
		Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm.	0,25d

4

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ các đường cao BE, CF của tam giác ấy. Gọi H là giao điểm của BE và CF . Kẻ đường kính BK của (O) .

1 Chứng minh tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp.

1,25đ



0,25đ

Xét tứ giác $BCEF$ có:

$$\widehat{BFC} = 90^\circ \text{ (do } CF \perp AB \text{)}$$

0,25đ

$$\widehat{BEC} = 90^\circ \text{ (do } BE \perp AC \text{)}$$

0,25đ

$$\Rightarrow \widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$$

0,25đ

\Rightarrow Tứ giác $BCEF$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).

0,25đ

2 Chứng minh $AH = CK$.

1,5đ

Xét (O) có: $\widehat{BCK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow KC \perp BC$.

0,25đ

Chứng minh được H là trực tâm của $\Delta ABC \Rightarrow AH \perp BC$.

Từ đó suy ra $KC \parallel AH$.

0,25đ

Chứng minh tương tự, ta được: $CH \parallel KA$.

0,5đ

Suy ra tứ giác $AHCK$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết).

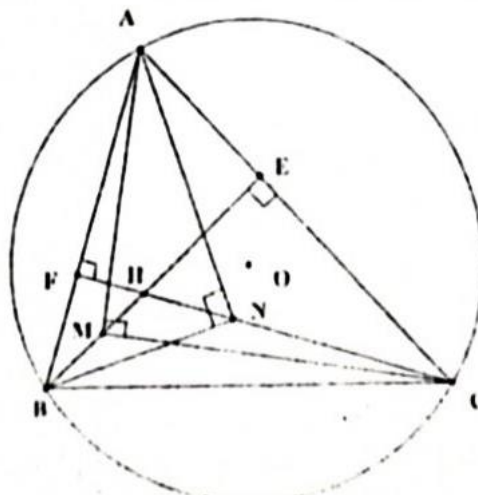
0,25đ

$\Rightarrow AH = CK$ (tính chất hình bình hành).

0,25đ

3 Đường tròn đường kính AC cắt BE ở M , đường tròn đường kính AB cắt CF ở N . Chứng minh tam giác AMN là tam giác cân.

0,75đ



	<p>Xét ΔAFC và ΔAEB có: \widehat{BAC}: chung $\widehat{AFC} = \widehat{AEB} = 90^\circ$ $\Rightarrow \Delta AFC \sim \Delta AEB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AF \cdot AB = AE \cdot AC$ (1)</p>	0,25đ
	<p>Ta có: $\widehat{AMC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AC). Xét ΔAMC vuông tại M, đường cao ME có: $AM^2 = AE \cdot AC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2)</p>	0,25đ
	<p>Chứng minh tương tự, ta được: $AN^2 = AF \cdot AB$ (3) Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow AM^2 = AN^2 \Rightarrow AM = AN \Rightarrow \Delta AMN$ cân tại A.</p>	0,25đ
5	<p>Giải phương trình $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} - \sqrt{2x - \frac{1}{2}} = -x^2 + 2x - \frac{3}{4}$.</p>	0,5đ
	<p>Xét phương trình: $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} - \sqrt{2x - \frac{1}{2}} = -x^2 + 2x - \frac{3}{4}$. $DKXD: x \geq \frac{1}{4}$.</p> <p>$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} - \sqrt{2x - \frac{1}{2}}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{4}\right) - \left(2x - \frac{1}{2}\right) = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} - \sqrt{2x - \frac{1}{2}}\right) \left(\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} + \sqrt{2x - \frac{1}{2}} + 1\right) = 0$</p>	0,25đ
	<p>$\Rightarrow \left(\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} - \sqrt{2x - \frac{1}{2}}\right) = 0$ (do $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} + \sqrt{2x - \frac{1}{2}} + 1 > 0$ với mọi $x \geq \frac{1}{4}$)</p> <p>$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{2x - \frac{1}{2}} \Leftrightarrow x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} (TM) \\ x = \frac{3}{2} (TM) \end{cases}$</p> <p>Vậy $S = \left\{\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.</p>	0,25đ

Lưu ý:

- Tổ giám khảo thống nhất để chia nhỏ điểm thành phần nhưng không được thay đổi tổng điểm.
- Học sinh làm cách khác mà vẫn đúng thì vẫn cho điểm tối đa.